

Chapitre 9 - Capteurs résonants

Partie 1 : principes généraux

Partie 2: résonateurs piézoélectriques

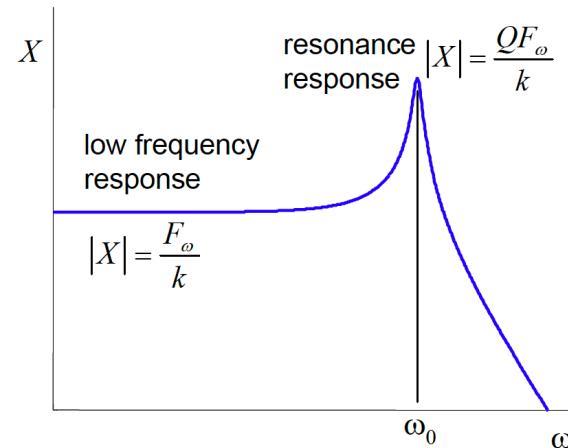
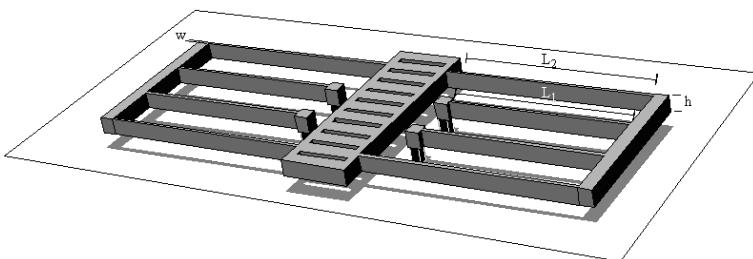
Partie 3 : résonateurs électromagnétiques

Partie 4 : capteurs de débit

Partie 5 : gyroscopes MEMS capacitifs

Chapitre 9 - Capteurs résonants

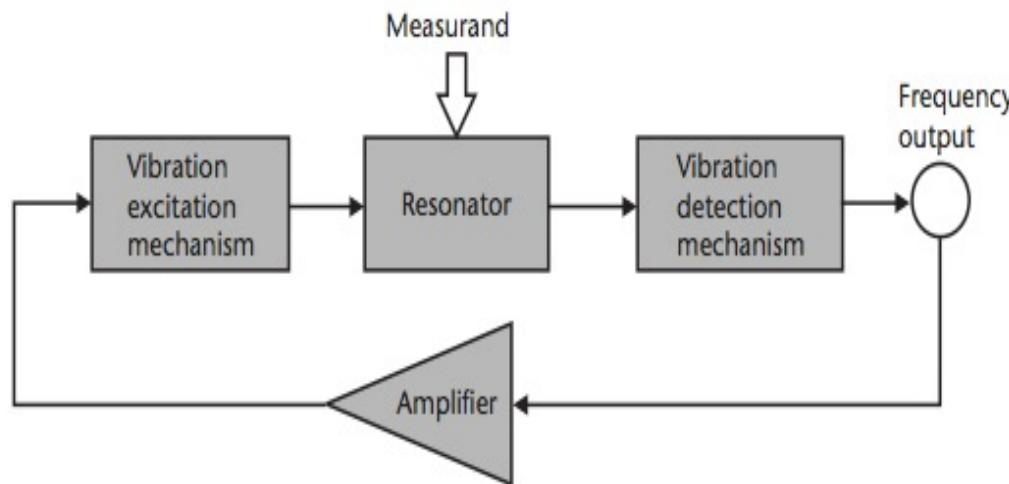
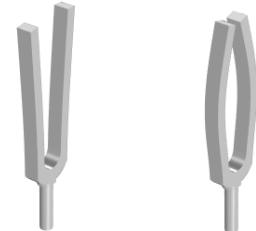
Partie 1 : principes généraux



Principe d'un capteur résonant

Un élément mécanique est maintenu en résonance dans un système de contre réaction (capteur + actionneur). On peut mesurer deux types d'effets :

- 1) mesure de **variation de fréquence** (due par exemple à une variation de rigidité ou variation de masse)
- 2) **couplage vers un autre mode de vibration** (due à une force d'inertie par exemple). Mesure: Amplitude d'un autre mode



Actionneur

- électromagnétique
- électrostatique
- piézoélectrique
- thermomécanique

Détection

- électrodynamique
- capacitive
- piézoélectrique
- piézorésistif
- optique

- ♥ Mesure de fréquence (ou Δf): relativement peu sensible au bruit
- ♥ Signal AC: bien adapté pour une mesure par amplification synchrone

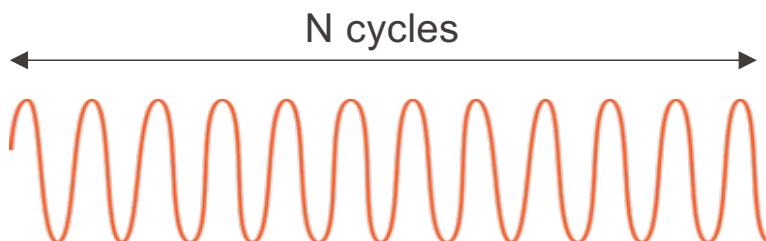
Mesure absolue de fréquence

1. Mesurer le temps entre 2 ou N périodes

2. Compter le nombre de périodes en un temps donné

3. Mesurer le temps pour un nombre de cycles

La technique à privilégier dépend de la fréquence, forme du signal, stabilité du signal, et base de temps



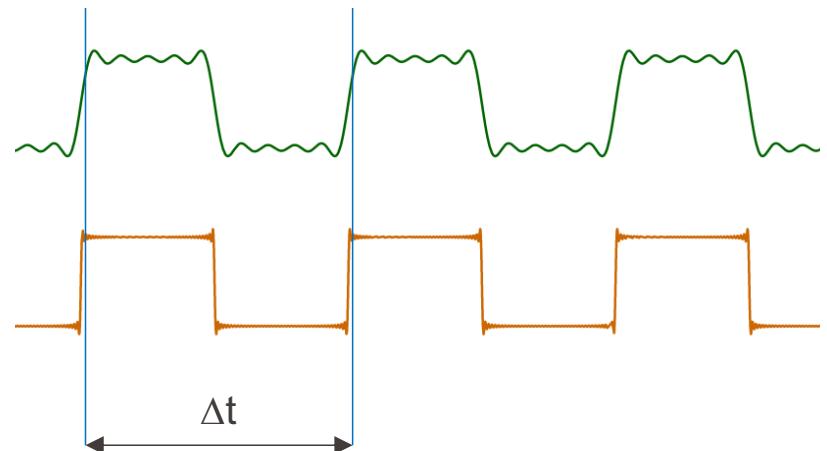
Par exemple, comptez le nombre # de cycles en 0.1 s (10 Hz échantillonnage)

Signal à 20 MHz

Erreur de ± 1 cycle en 0.1 s

20'000'010 ou 19'999'990 Hz

1ppm

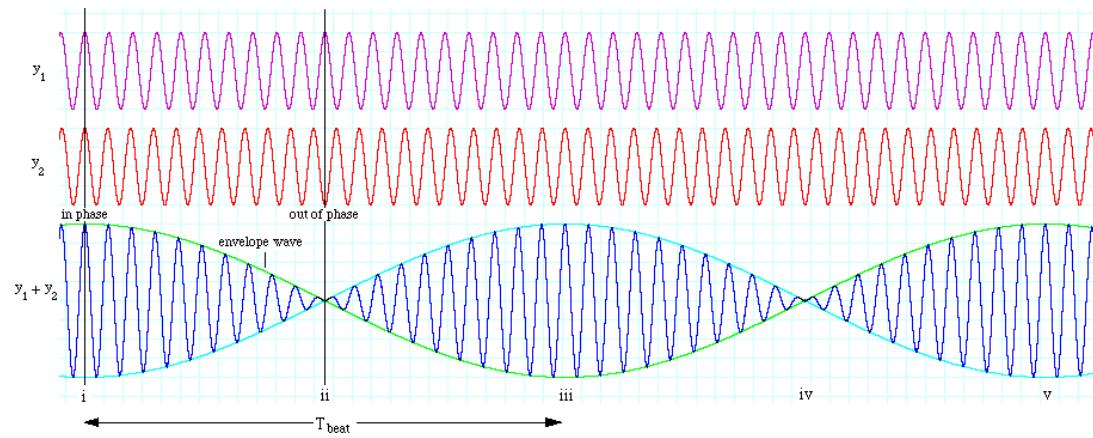


Par exemple, Δt mesuré avec base de temps 80 MHz: incertitude de 12.5 ns

- Signal à 1 MHz, temps de mesure 1 μ s
 - 1.01 MHz ou 0.99 MHz (au mieux)
- Signal à 1 MHz, temps de mesure 1 ms
 - 1.00001 MHz ou 0.99999 MHz. (10 ppm)
- Signal à 50 kHz. temps mesure de 20 μ s
 - 50.03 kHz ou 49.97 kHz,
- Signal à 50 kHz. temps mesure de 1 ms
 - 50.0006 kHz ou 49.9994 kHz (600 ppm)

Mesure de différence de fréquence

- On peut être beaucoup plus précis avec des différences de fréquence ! Facilement du ppm
- Utilise le battement: $(f_1 - f_2)$
- Exemple:
 - $f_1 = 10 \text{ MHz}$, et $f_2 = 10 \text{ MHz} + 1 \text{ Hz}$
 - $\Delta f = 1 \text{ Hz}$. peut être mesuré en 1 s
- On peut ainsi mesurer une fréquence avec précision de 1 partie sur 10^7 à 10 MHz avec un temps de mesure de 1s



Rappels fondamentaux sur les oscillateurs mécaniques

Oscillateur harmonique forcé :

$$F = kx + \lambda \frac{dx}{dt} + m \frac{d^2x}{dt^2}$$

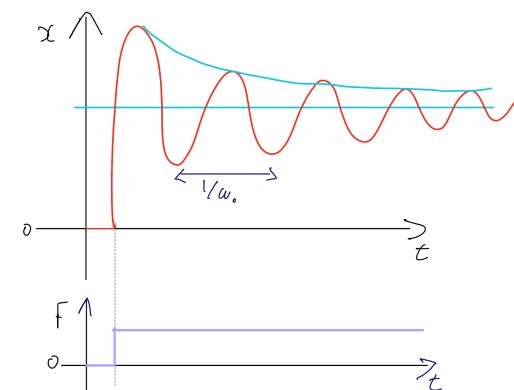
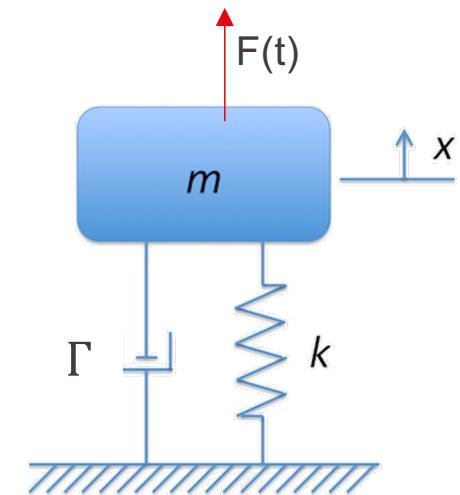
F : force d'excitation k : constante de ressort

λ : coefficient d'amortissement m : masse



Si aucun amortissement, la fréquence de résonance f_{res}

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi} \omega_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$



Rappels fondamentaux des oscillateurs mécaniques

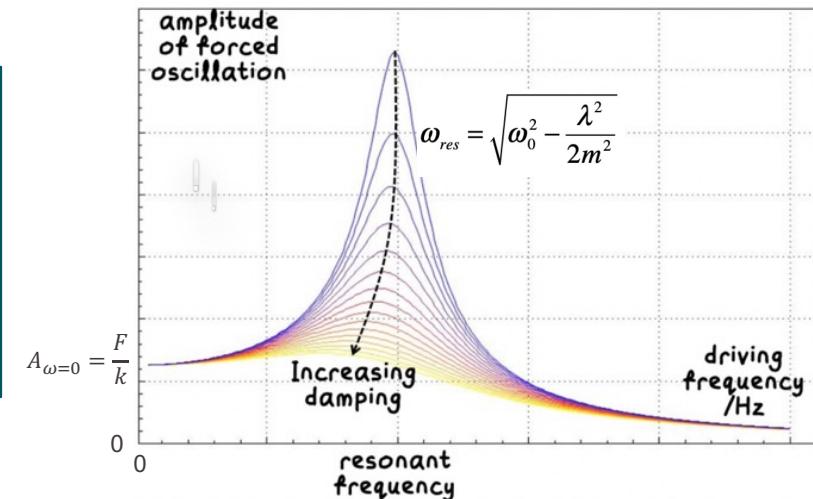
Pour $F(t) = F_0 \cos \omega t$: $x(t) = A(\omega) \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

$$A(\omega) = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \lambda^2 \omega^2}}$$

$$\tan(\varphi) = \frac{\lambda}{m} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_0^2}$$

ω_0 : fréquence propre

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

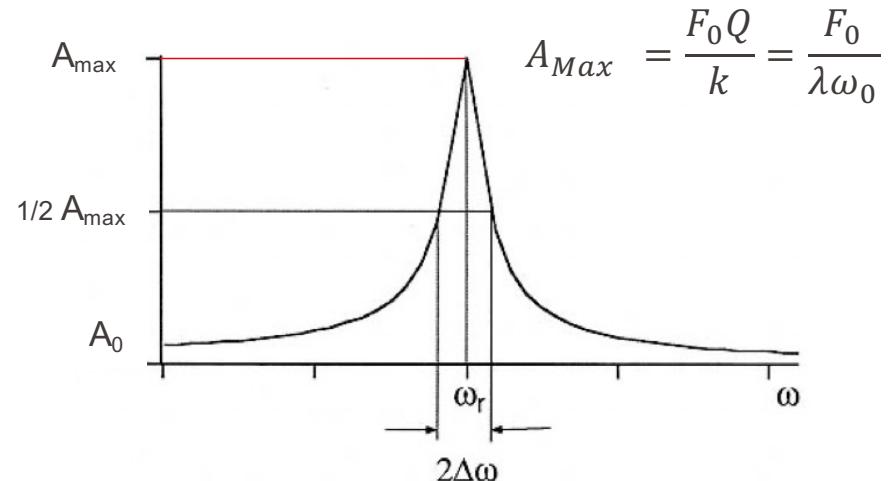


Facteur de qualité Q:

$$\frac{A_{\max}}{A_0} = \frac{k}{\lambda \omega_0} = Q$$

$$Q \approx \frac{\omega_{res}}{2 \Delta \omega}$$

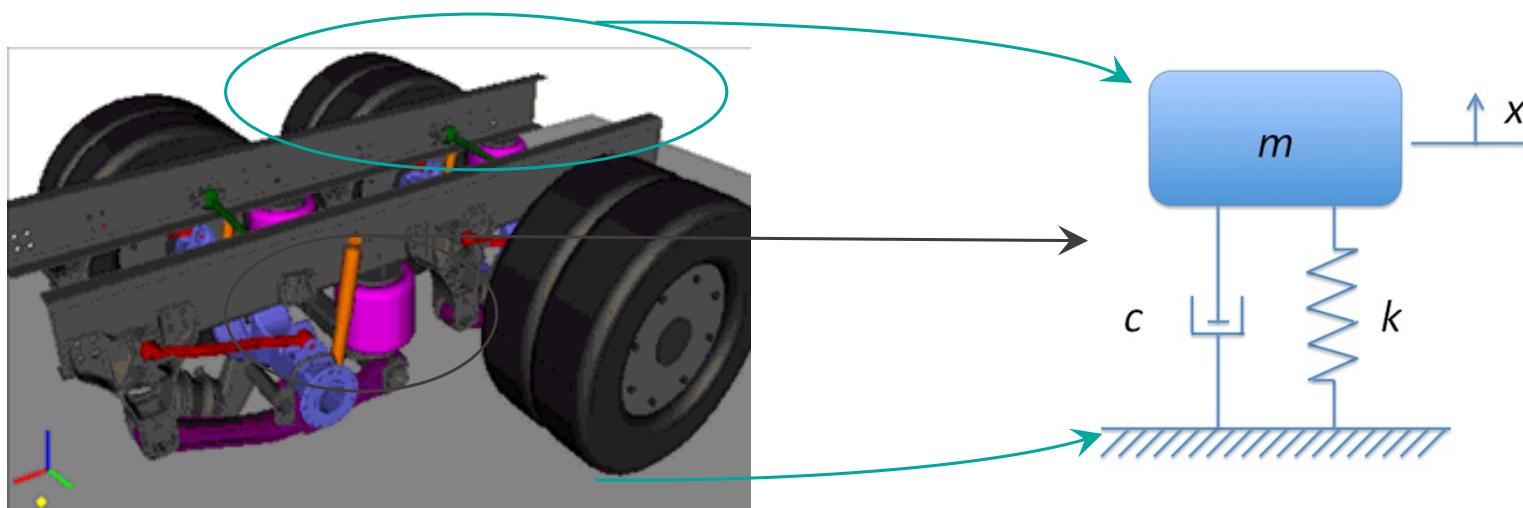
FWHM: Full width at Half Maximum: $2 \Delta \omega$



Plus Q est grand, plus on trouvera ω_0 avec précision

$$\Delta \omega_0 \approx \frac{\Delta \omega}{SNR} \approx \frac{\omega_{res}}{2 Q} \frac{1}{SNR}$$

Est-ce que nous avons vraiment des systèmes masse-ressort ?

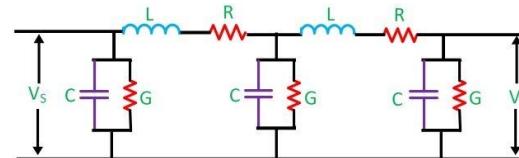


- Qu'avons-nous négligé ?
- Qu'avons-nous gagné ?
- Approche de génie ou idée bête ?

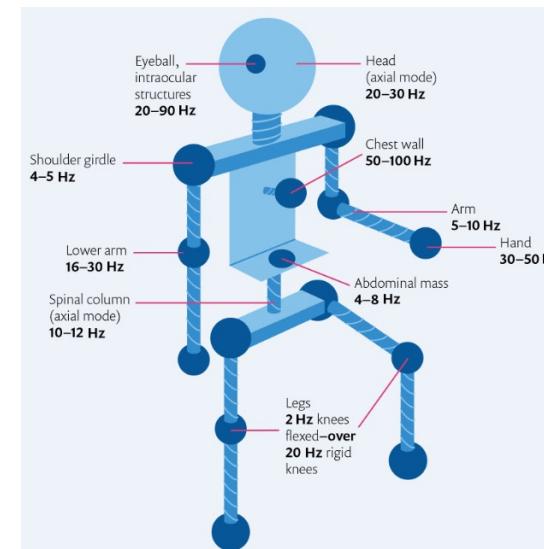
Lumped Element Model (LEM) permet de simplifier

- A lumped element model (LEM) is a way to simplify a system into a combination of discrete elements (“lumped”)
 - The elements can exchange energy/information with other elements
 - Signals/Variables propagate instantaneously inside the elements
- This approach greatly reduces the complexity of the system
- In some cases, the model will give a good approximation (but can also give nonsense if physics poorly understood !)

Lumped element = information travels instantaneously through device

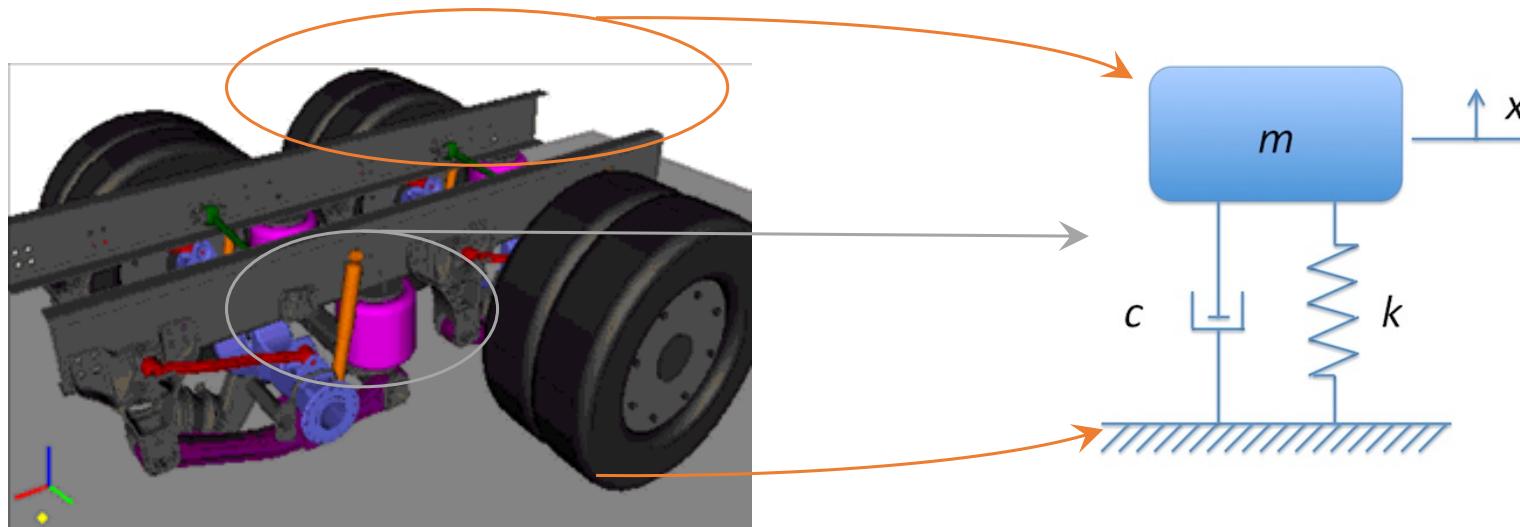


<https://www.youtube.com/watch?v=7Ht5m2iwDys>



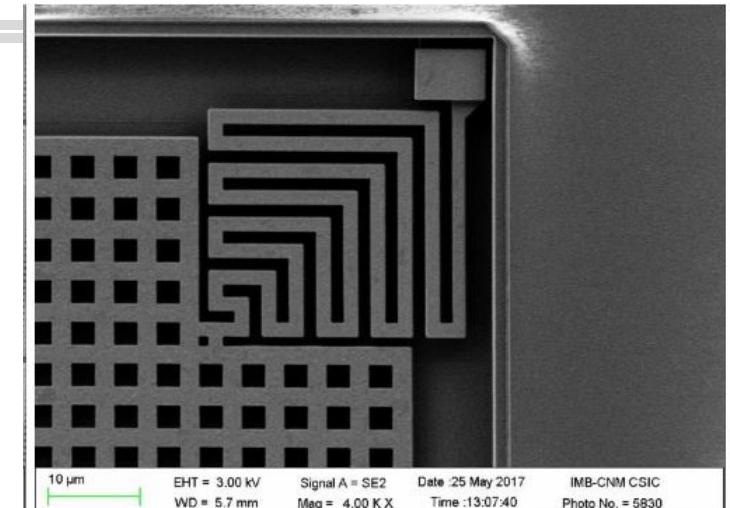
<https://www.comsol.com/blogs/how-to-use-lumped-elements-to-model-a-mechanical-system/>

- Variables: position (x) and velocity (\dot{x}) of the mass
- Mass connected to ground via spring and damper
 - Approximations: Mass is rigid and concentrated; spring and damper are massless
- Eq of Motion: $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$ **Solve in Matlab, C++, or analytically ...**

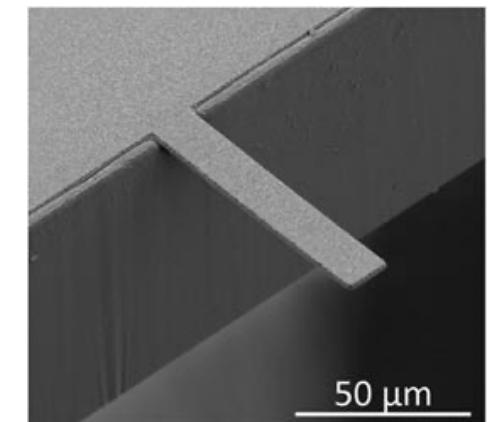


Springs are more complex than $F = kx\dots$

- Simple Cantilever has
 - Many bending modes, torsion, etc.
 - Anchor effects
 - Material non-linearities
 - Depends on how load is applied
- Yet in Lumped Element Modeling (LEM), we will represent a complex deformation as a simple spring!
- LEM is powerful as we includes key cantilever dimensions as parameters, allowing quick design of full system, with analytical or numerical solutions
- **But a useful LEM requires physical insight!**



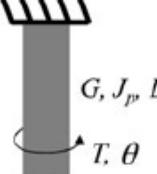
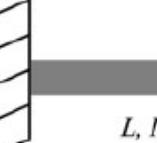
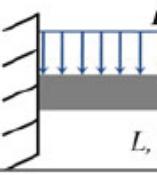
<http://www.chipscalereview.com/news1708.html>



<http://microchem.com/AppI-MEMs-Cantilevers.htm>

Several different k for a simple cantilever, depending on how it is deformed...

Table 4.1 The linear stiffness coefficient k of some of the common structure configurations in MEMS. The unit of k for all loading types is force/length. For wide beams ($b > 5h$) of cases 3–9, replace E with $E/(1 - \nu^2)$, where ν is the Poisson's ratio. When calculating the natural frequency of a flexible structure alone, use an “effective” mass for the structure

1) Axially loaded bar	 E, A, L	$k = \frac{EA}{L}$ <p>E: Modulus of elasticity A: Area of cross section L: Length of bar</p>
2) Rod under torque	 G, J_p, L	$k = \frac{GJ_p}{L}$ <p>J_p: Polar moment of inertia of the cross section G: Shear modulus L: Length of rod</p>
3) Cantilever beam under point load at the tip	 L, I, E	$k = \frac{3EI}{L^3}$ <p>E: Modulus of elasticity I: Moment of inertia of the cross section L: Length of bar</p>
4) Cantilever beam under uniformly distributed pressure	 L, I, E	$k = \frac{8EI}{L^3}$

Pour un ressort, plusieurs constantes de ressort, en fonction de :

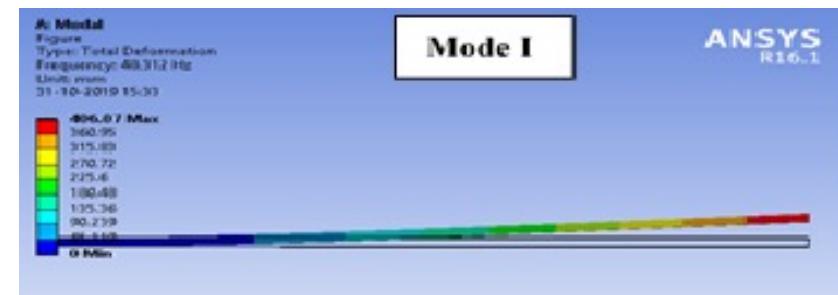
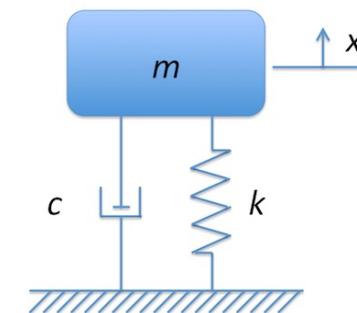
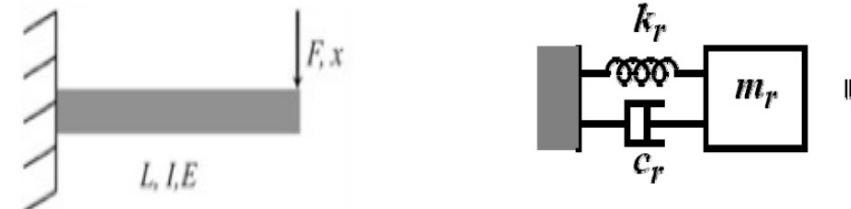
- comment la poutre se déforme
- où la force est appliquée.

Lumped-parameter modeling in mechanics

- La dynamique des structures mécaniques peut être réduite à un modèle masse-ressort où la pulsation naturelle est donnée par

$$\omega_0 = \sqrt{k / m}$$

- k est trouvé par calcul (par exemple comme sur le slide précédent)
- Mais quelle masse utiliser ? Cela peut sembler évident, mais...
- Pour chaque mode, nous définissons une **masse effective**, m^* , qui donne la fréquence propre juste pour une structure donnée de rigidité k.
- $m^* < m$ pour les modes où la masse entière ne se déplace pas



Masse effective pour une poutre encastrée avec une charge ponctuelle à l'extrémité

- exact analytical calculation of the natural freq. of a cantilever:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{h}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{k/m}$$

E: young's modulus
 ρ: density
 h: thickness
 l: length
 w: width

- natural frequency of equivalent effective mass-spring model:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m^*}}$$

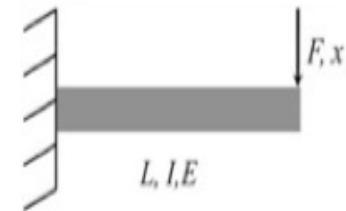
- Stiffness of the cantilever for end loading:

$$k = \frac{Ewh^3}{4l^3}$$

- Effective mass of 1st vibration mode of the cantilever :

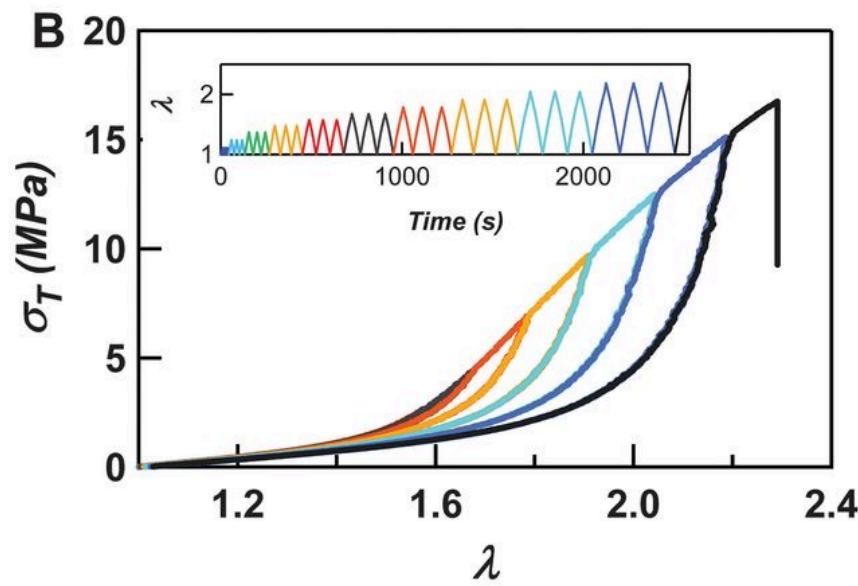
$$m^* = \frac{1}{4} \rho \cdot w \cdot h \cdot l = m/4$$

La masse que nous allons utiliser dans nos équations sera donc m^* , pas m

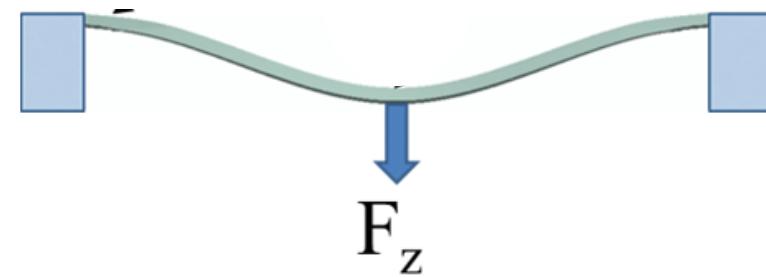


Non-linéarités dans les micro-systèmes: 2 types

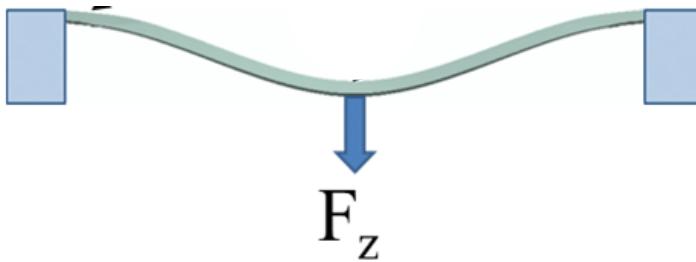
1. Matériau



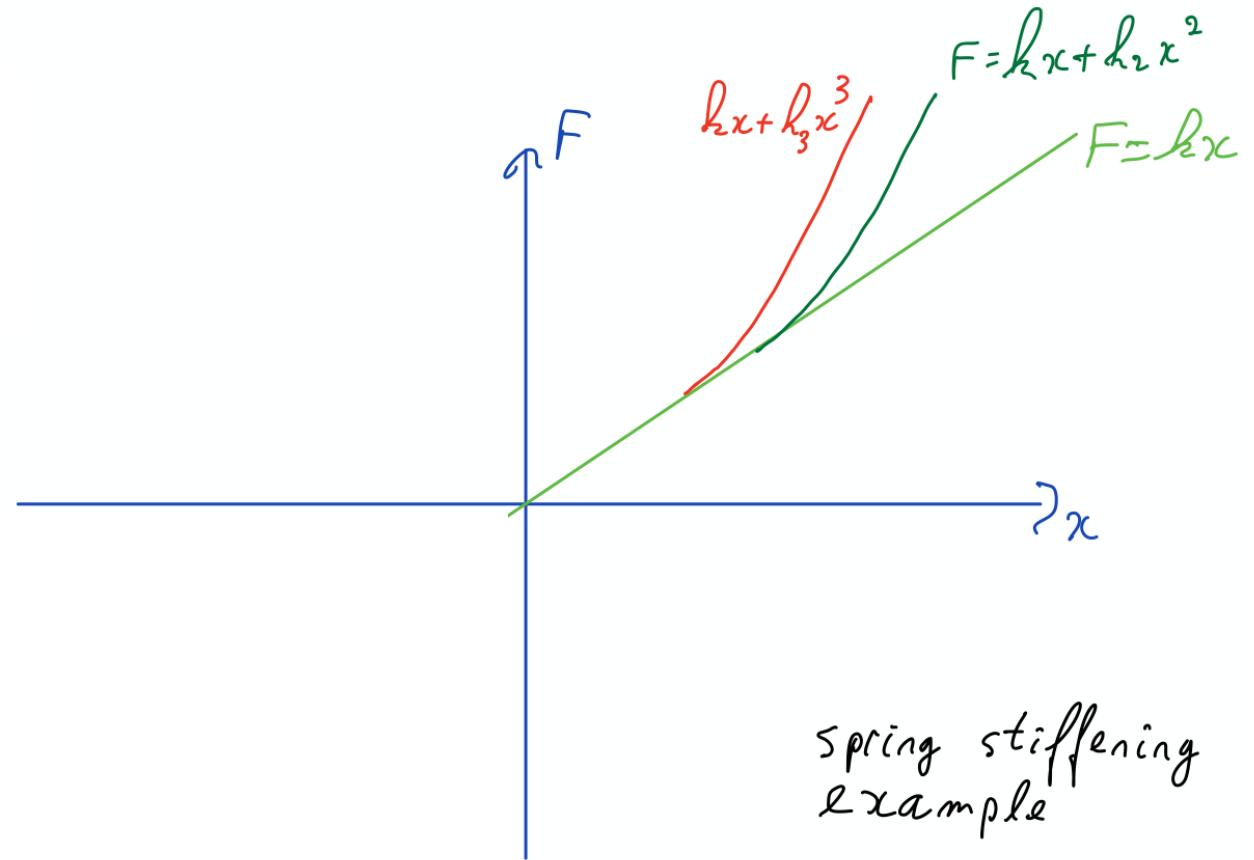
2. Géométriques



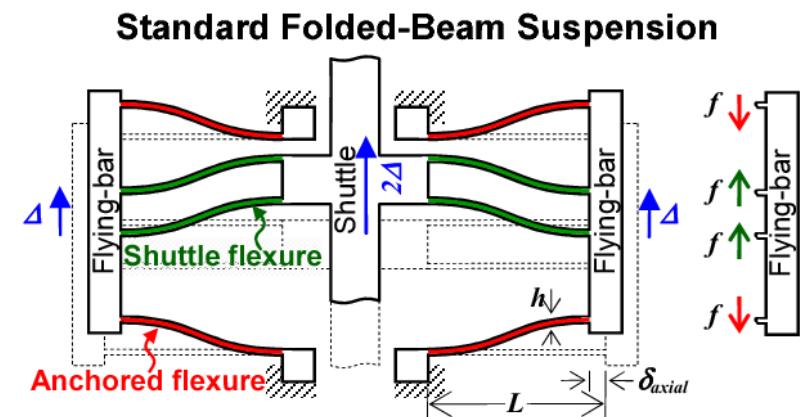
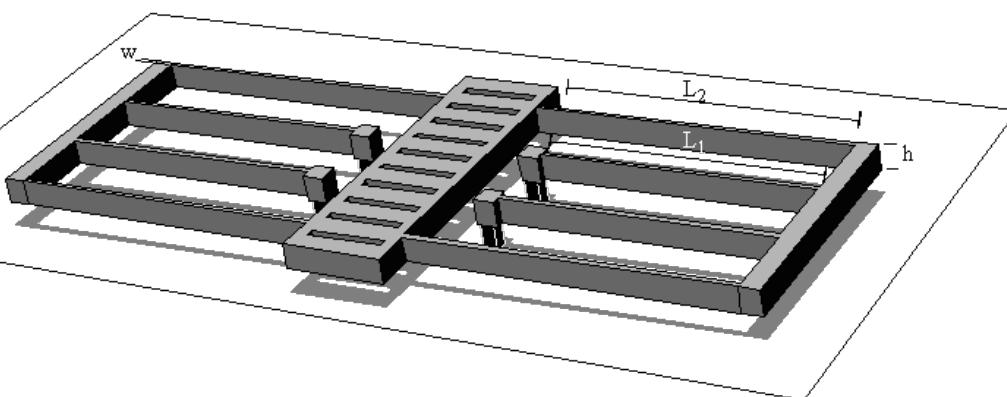
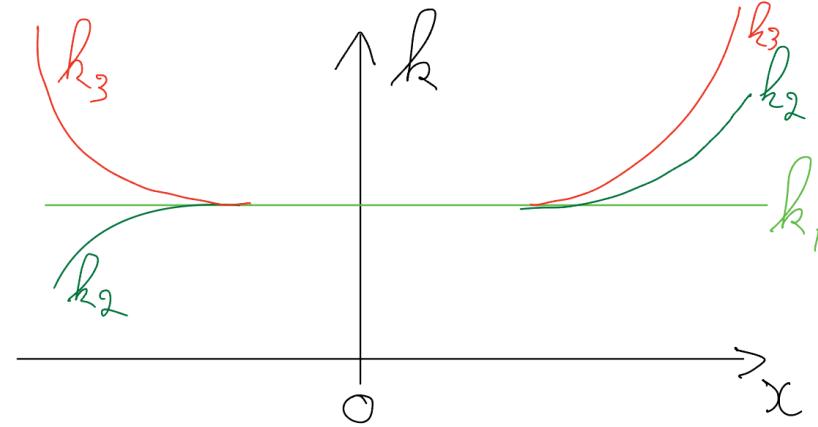
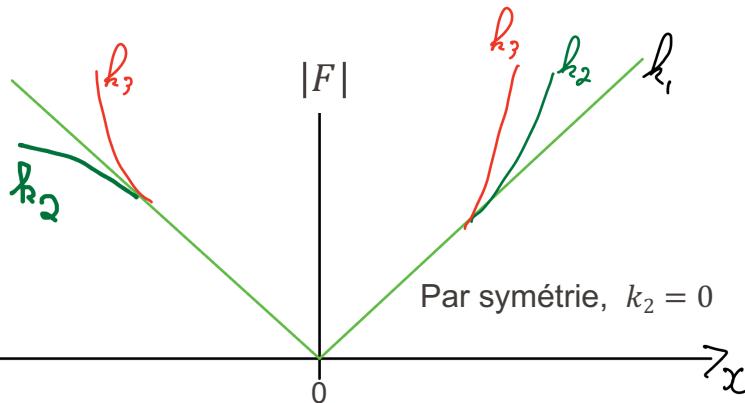
Constante de ressort pour non-linearités géométriques



Bending → “Bending + Stretching”



How to express the non-linearity?
Tailor expansion?



Effets non linéaires dans une poutre encastrée et guidée: effet très important dans les MEMS !

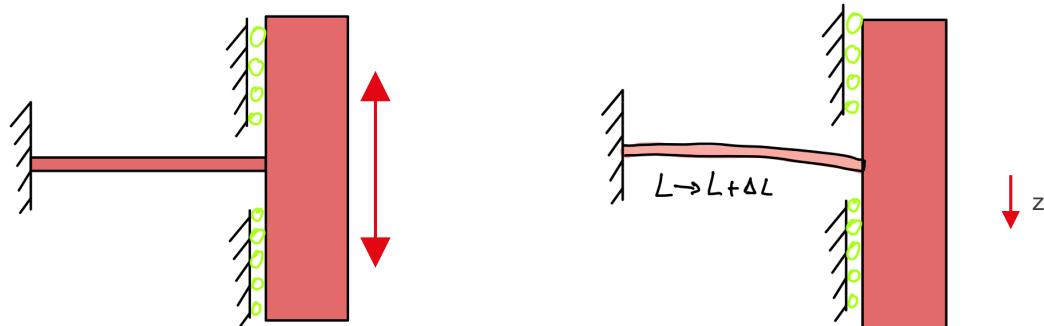
$$F_z = k \cdot z + k_3 \cdot z^3$$

$$k = \frac{Ew \cdot h^3}{l^3}$$

$$k_3 \approx \frac{252EA}{175l^3} = 1.4 \frac{Ew \cdot h}{l^3}$$

$$\frac{k_3}{k} = 1.4 \frac{1}{h^2}$$

La non-linéarité devient plus importante à mesure que nous réduisons les dimensions!



As mass is moved up or down, the spring bends...
but it also stretches. So stiffness increases

Beam length L , thickness h , width w

$$F_z = k \cdot z \left(1 + \frac{k_3}{k} z^2 \right) = k \cdot z \left(1 + 1.4 \cdot \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right)$$

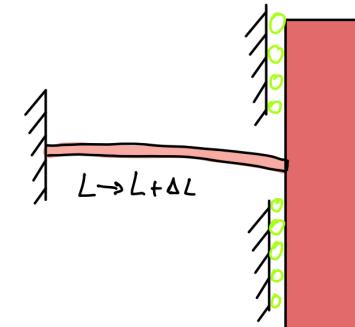
Non-linear effects in fixed guided beam

- Non-linéarité importante lorsque le déplacement z est une fraction importante de l'épaisseur h

- Critère simple: non-linéarité de 10% quand $z > 0.4h$

- Conséquences importantes pour les résonateurs MEMS :

- Stabilité de fréquence : f_{RES} dépend de l'amplitude !
 - Limite la puissance que le système peut tolérer



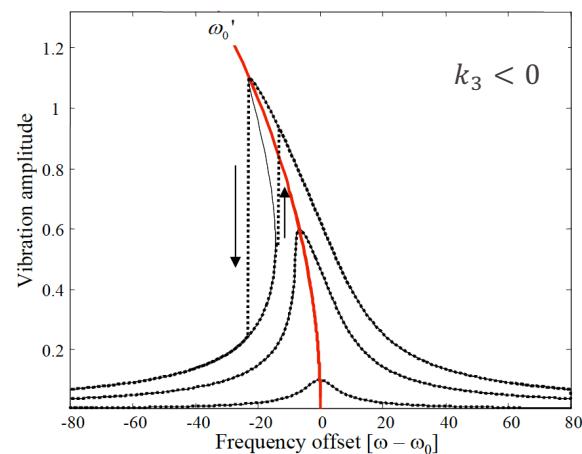
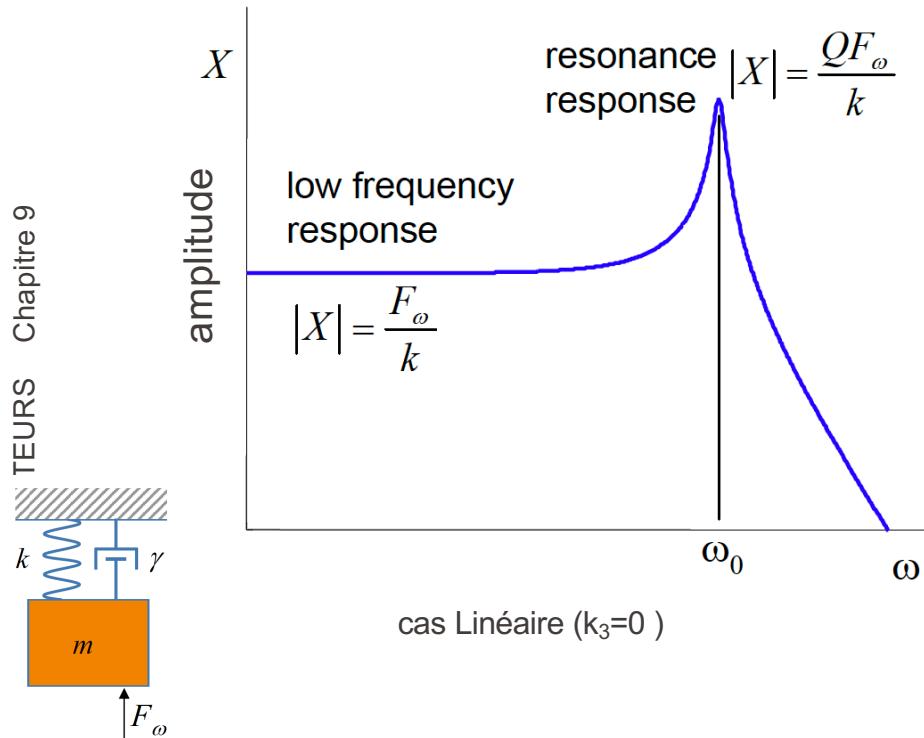
$$k_3 \cdot z^3 > 0.1 \cdot k \cdot z \quad \text{quand } z > 0.4h$$

Oscillateur avec ressort non-linéaire: equ. de Duffing

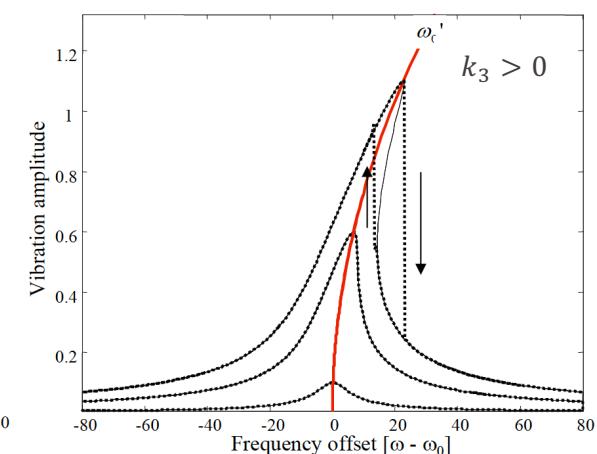
Bonne explication de l'eq. de Duffing pour les MEMS:

http://www.kaajakari.net/~ville/research/tutorials/nonlinear_resonators_tutorial.pdf

$$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x + k_3 x^3 = F(t)$$



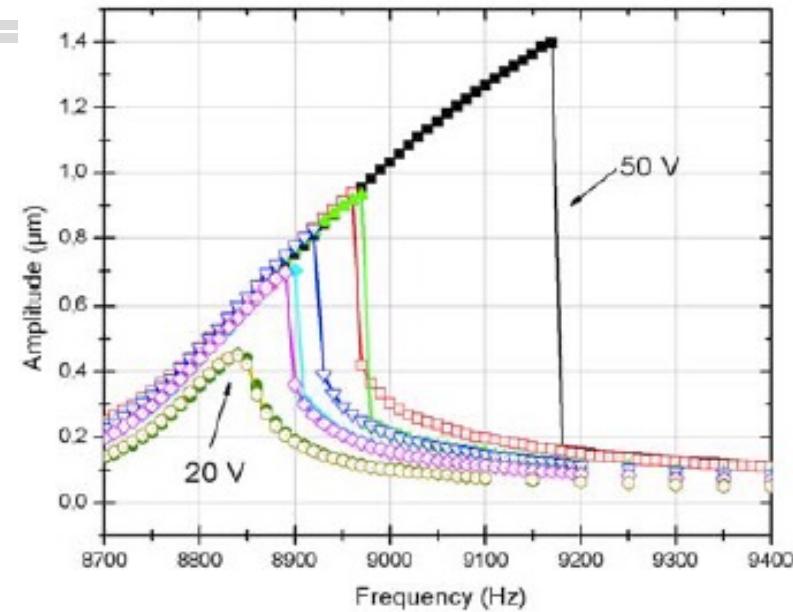
Spring softening (for capacitive sensors)



Spring stiffening (mechanical effect)

Duffing equation

- L'équation de Duffing a deux solutions : un quand on balaye la fréquence vers le haut et l'autre lors du balayage vers le bas !
- Hystérèse: la fréquence de résonance ne peut plus être définie...
- Nous devrons limiter l'amplitude de mouvement de nos capteurs résonants MEMS pour éviter l'hystérèse



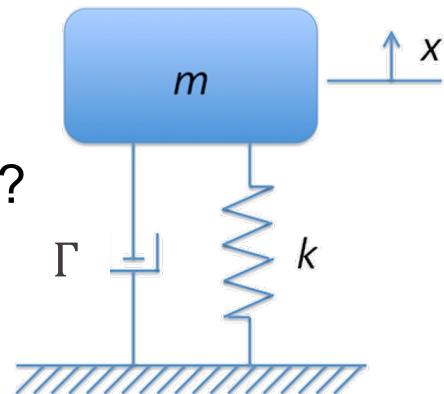
Test device: $h=5\mu\text{m}$, $l=500\mu\text{m}$, $f_0=8800$
R. Guerre, EPFL-LMIS4

Modèle équivalent électrique du résonateur mécanique

- Eq de mouvement mécanique

$$m\ddot{x} + \lambda\dot{x} + kx = F(t)$$

- Quel circuit électrique a des équations différentielles équivalentes?



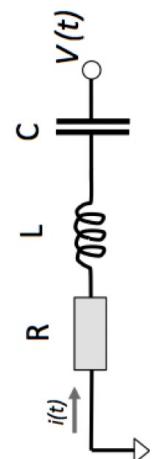
- Chute de tension:

$$V_{tot} = V_1 + V_2 + V_3 \quad \rightarrow \quad \dot{V}_{tot} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3$$

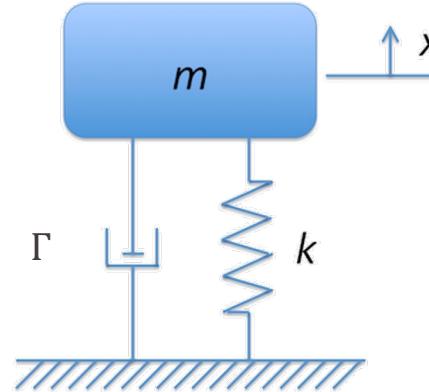
$$\dot{V}_{tot} = L\ddot{I} + \frac{I}{C} + R\dot{I}$$

$$V_{tot} = L\ddot{q} + \frac{q}{C} + R\dot{q}$$

$L \leftrightarrow m$	$R \leftrightarrow \lambda$	$C^{-1} \leftrightarrow k$
$q \leftrightarrow x$	$V \leftrightarrow F$	
$I \leftrightarrow v$	(vrai, mais faut un facteur de conversion)	



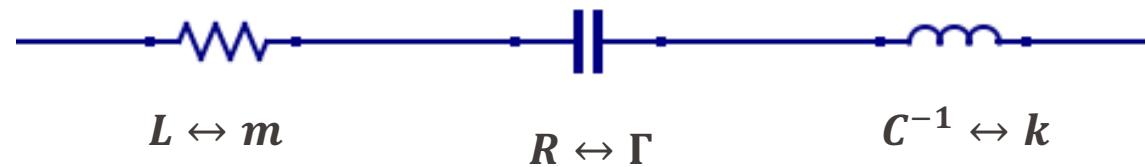
Modèle électrique équivalent du résonateur mécanique



$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

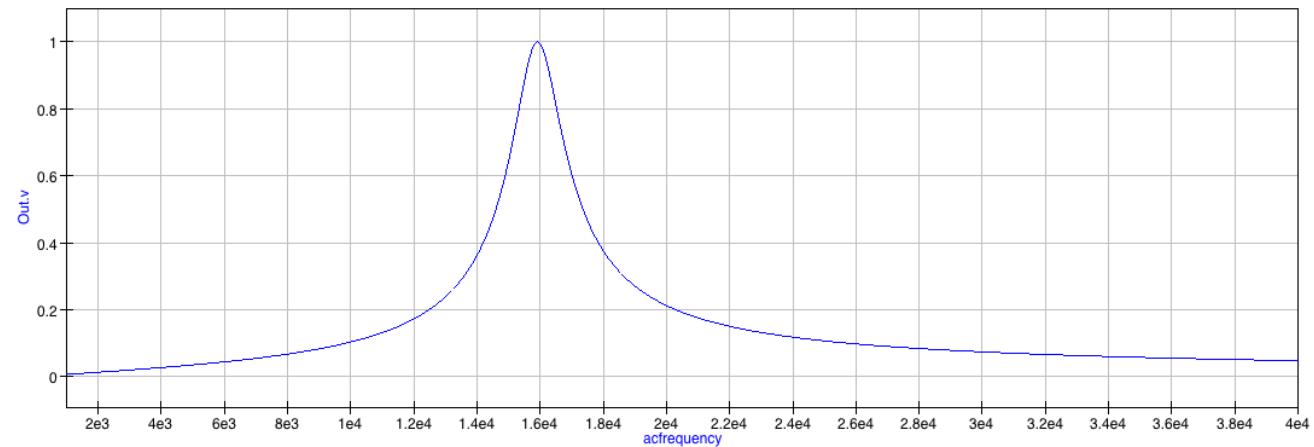
$$Q = \frac{k}{\lambda \omega_0} = \frac{\sqrt{km}}{\lambda}$$

(vrai, mais il faudra un facteur de conversion)



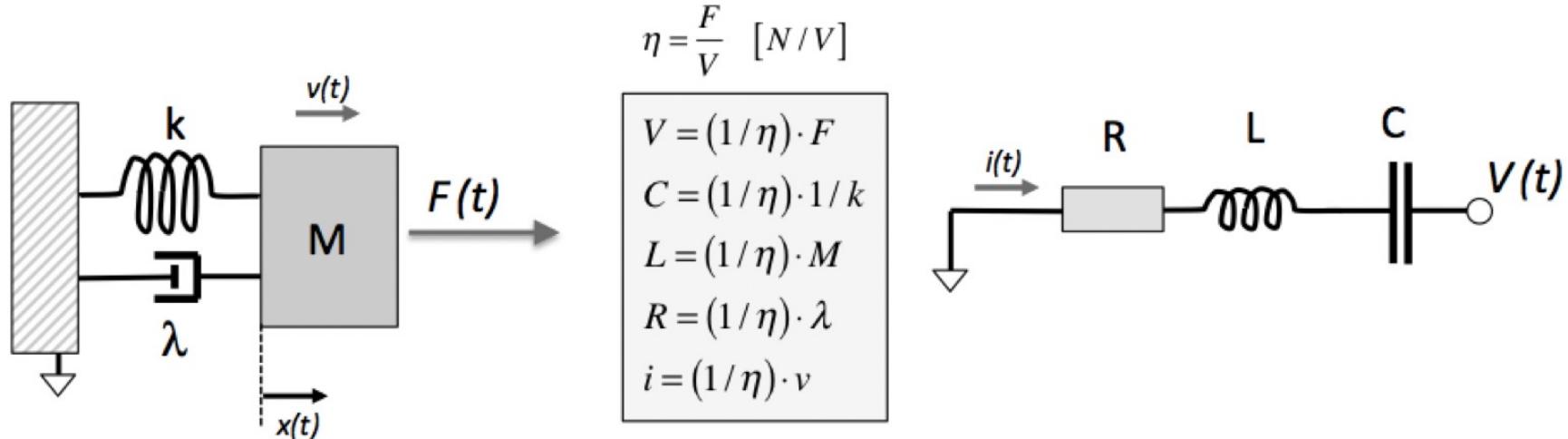
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$



Modèle équivalent du résonateur mécanique

Facteur de conversion : $\eta = \frac{F}{V}$



Mais quel intérêt?

1. Combiner plusieurs « physiques » (par exemple mécanique + thermique + électrique)
2. Utiliser logiciel de simulation de circuits

$$m = 1 \text{ mg}$$

$$L = 1 \mu\text{H}$$

$$k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

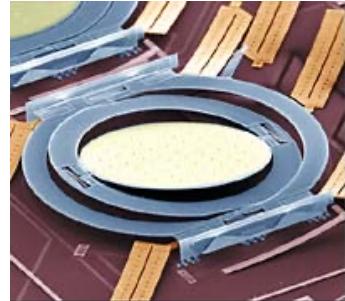
$$C = 100 \text{ mF}$$

$$Q = 10$$

$$R = 0.0003 \Omega$$

$$f_{\text{res}} 490 \text{ Hz}$$

Micro-mirroir MEMS



$$m = 100 \text{ mg}$$

$$L = 100 \mu\text{H}$$

$$k = 1 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$C = 1 \mu\text{F}$$

$$Q = 1000$$

$$R = 0.01 \Omega$$

$$f_{\text{res}} 15 \text{ kHz}$$

disque Piezo

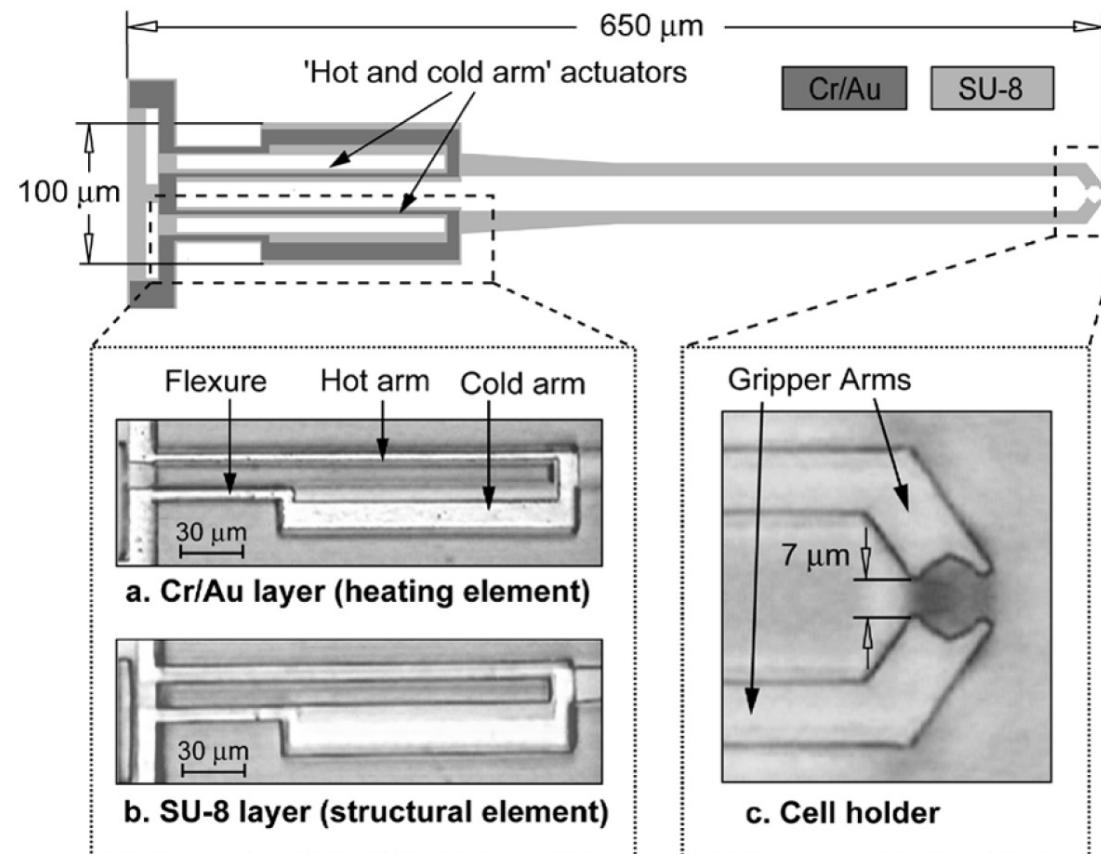


Capa (électrique) d'un résonateurs piezo typiquement 10 pF

Circuits Équivalents – variables Généralisées

Generalized	Electrical case	Mechanical case	Fluidic case	Thermal case
Displacement – q	Charge – q	Displacement – x	Volume – V	Heat – Q
Flow – f	Current – I	Velocity – v	Flow rate – Q	Heat flow – \dot{Q}
Effort – e	Voltage – V	Force – F	Pressure – P	T difference – ΔT
Momentum – p	–	Momentum – p	Momentum – Γ	–
Resistance – R	Resistor – R	Damper – c	Fluid resist. – R	Thermal resist. – R
Capacitance – C	Capacitor – C	Spring – $1/k$	Fluid capac. – C	Thermal capac. – C
Inertance – L	Inductor – L	Mass – m	Inertance – m	–
Node law	Kirchoff's	Continuity of space	Mass conservation	Heat conservation
Mesh law	Kirchoff's	Newton's 2 nd	Relative P	Relative T

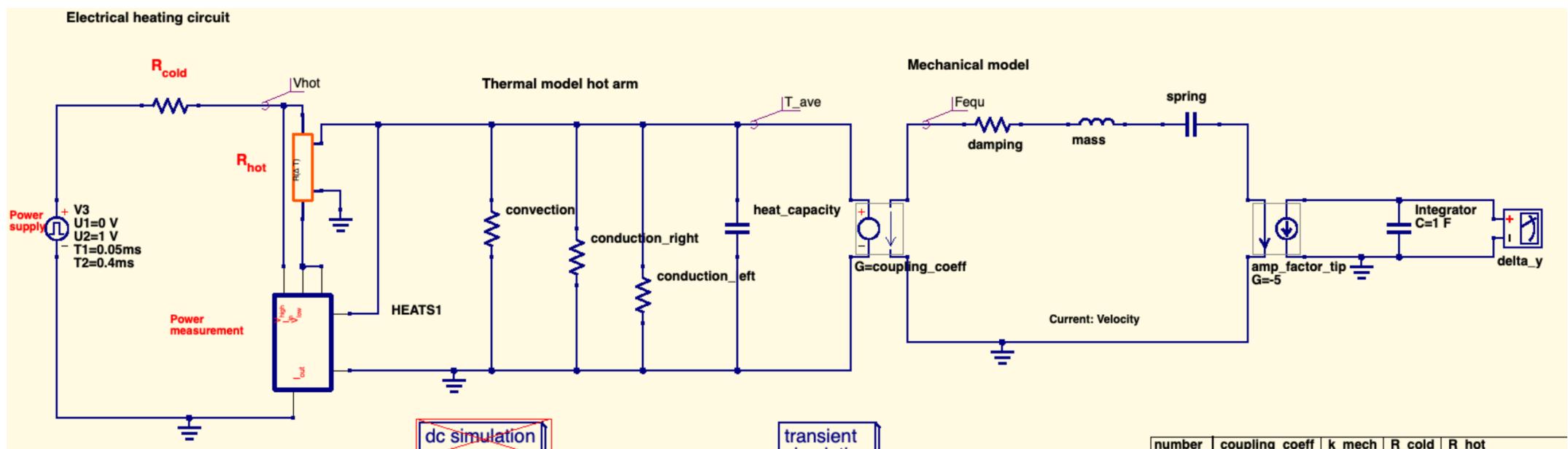
Example of Coupled thermal-mechanical LEM



1. Thermal model of hot arm (find T_{arm} vs. V_{drive})
2. Mechanical model of actuator (find F vs. T_{arm})
3. Link them to obtain F vs. V_{drive}

The Output temperature (a voltage in LEM)
serves as input drive force (also a voltage in LEM)

Example thermal + mechanical LEMs -> circuit

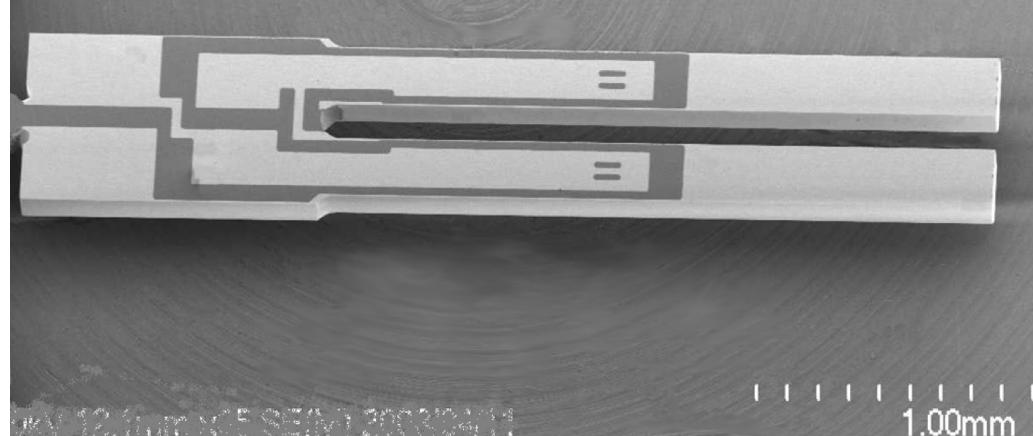


- Output is: dynamics of gripper closing vs input voltage to heater
- Can explore parameter space of spring, thermal mass, etc, really fast

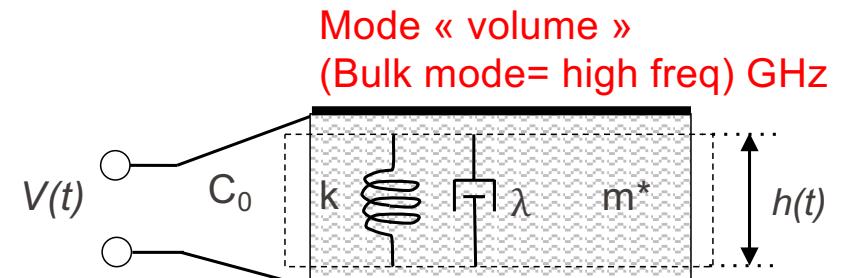
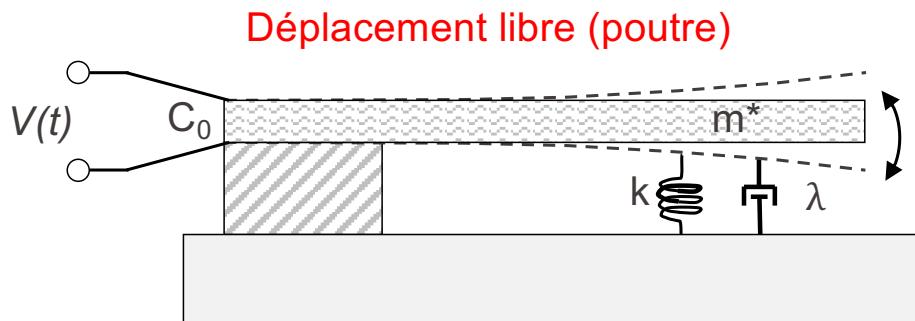
LEM was made by A. Vaillancourt and S. Stettler in micro-402 class in 2017-2018.

Chapitre 9 - Capteurs résonants

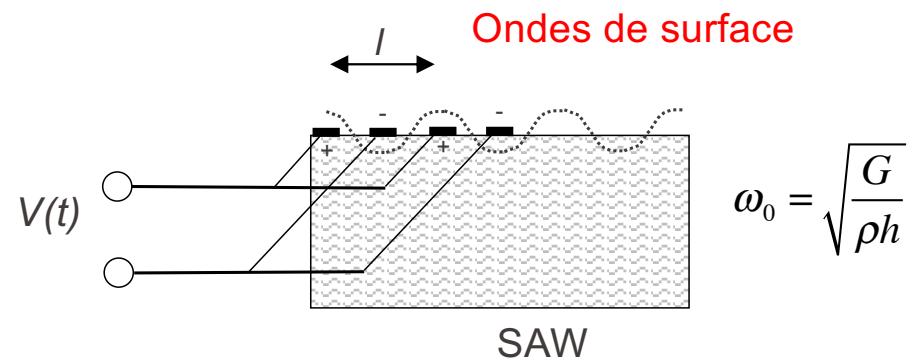
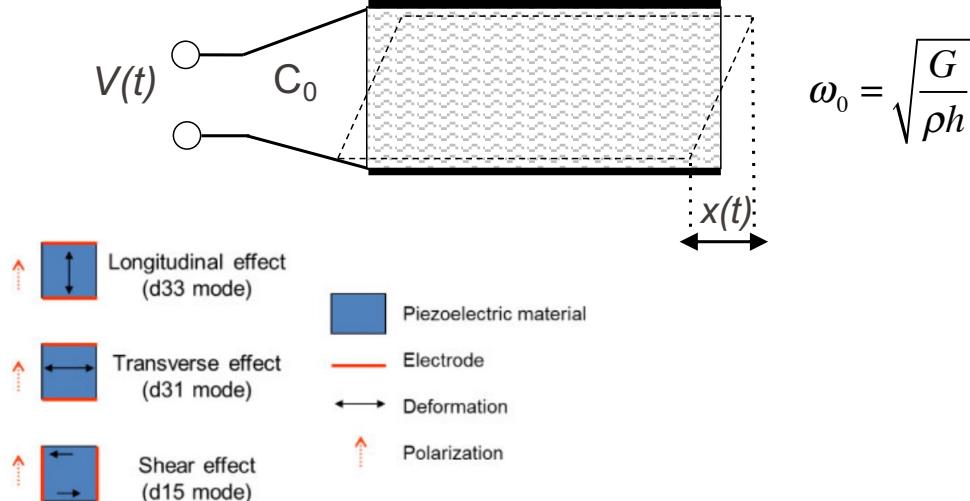
Partie 2 : résonateurs piézoélectriques



Modes de vibration des résonateurs piézoélectriques



Mode cisaillement

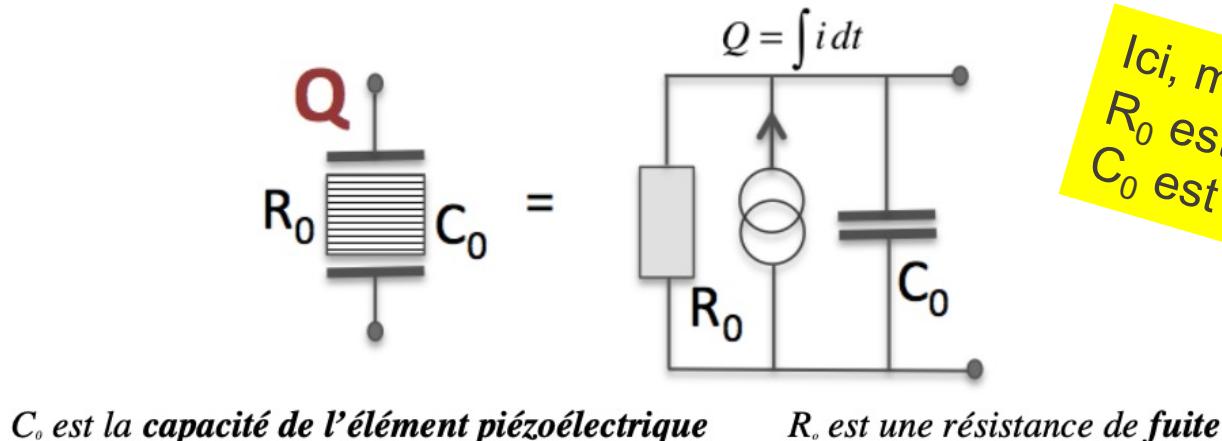


m^* - masse effective

Modèle électrique équivalent du capteur piézo

L'effet piézoélectrique génère des **charges** qui induisent une **tension** sur les électrodes ($U = Q/C$)

L'effet piézoélectrique est modélisé par une **source de courant** (génération de charges Q)



Chapitre 8, slide 34

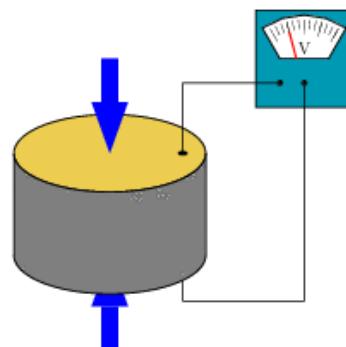
Ici, modèle purement électrique
 R_0 est une vraie résistance
 C_0 est une vrai capa

R_0 est une résistance qui représente l'**auto-décharge** de la capacité. Cette résistance peut être très grande ($G\Omega$ et plus dans le quartz), mais jamais infinie. Les capteurs piézoélectriques ne peuvent donc **jamais** avoir une **réponse continue** (pour une force constante)

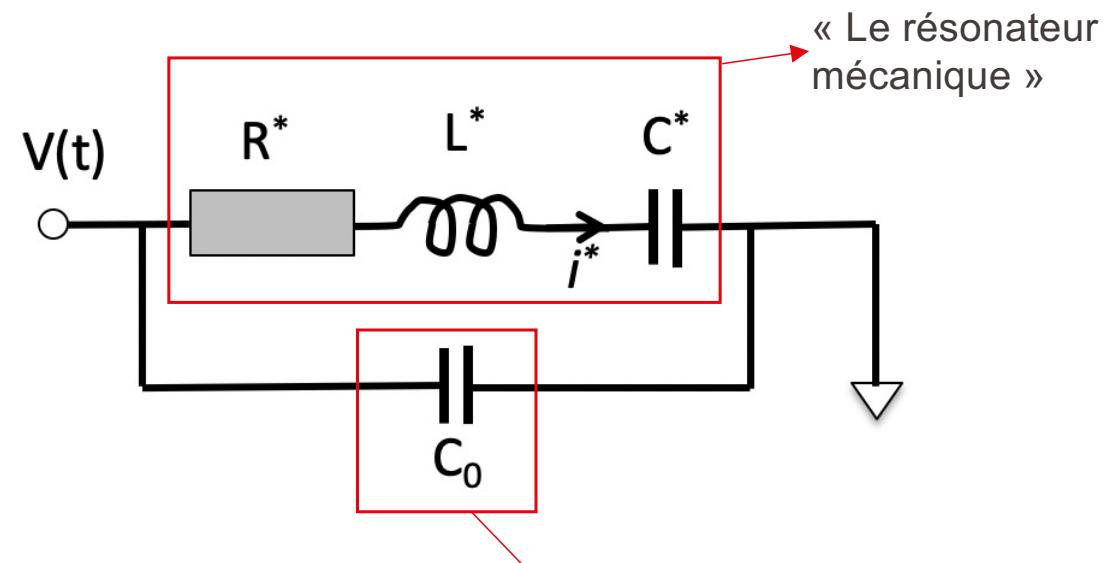
Modèle équivalent d'un résonateur piézoélectrique

Van Dyke Model (1925)

On ajoute une branche "électrique" parallèle qui contient la capacité C_0 de l'élément piézoélectrique



$$\begin{aligned} V &= (1/\eta) \cdot F \\ C^* &= (1/\eta) \cdot 1/k \\ L^* &= (1/\eta) \cdot M \\ R^* &= (1/\eta) \cdot \lambda \\ C_0 &= C_0 \end{aligned}$$



$$\eta = \frac{C_0}{d_{ij}}$$

Typiquement $C_0 < C_{mécanique}$

(comparez à slide 63)

Réponse en fréquence d'un oscillateur piézoélectrique

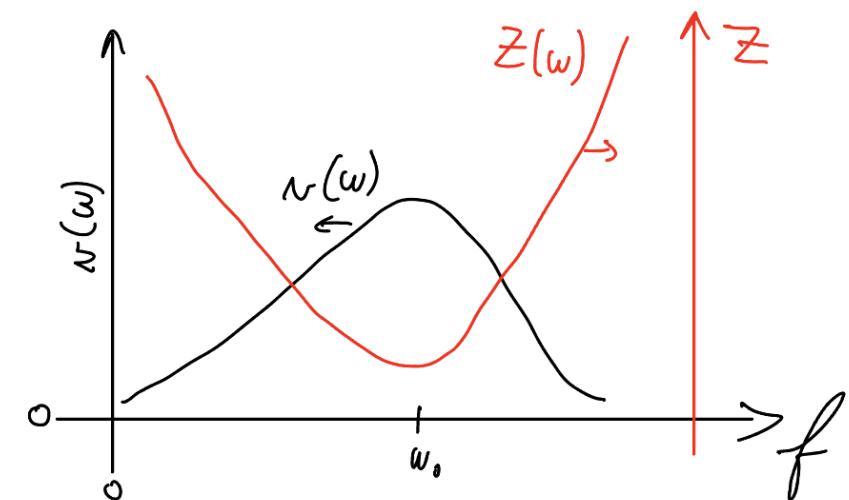
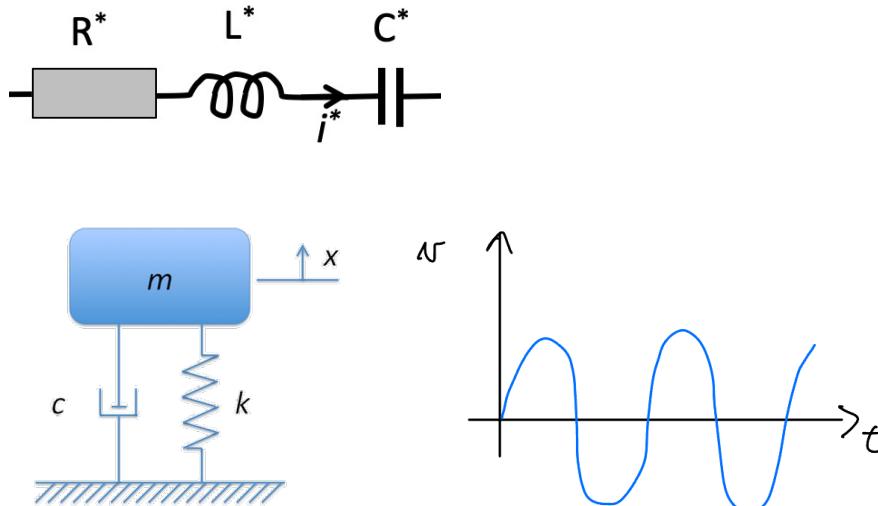
L'impédance Z de la branche mécanique est une mesure de la résistance au mouvement par un élément mécanique soumis à une force périodique F :

$$F(\omega) = Z(\omega) \cdot v(\omega)$$

$$\begin{aligned} V &= Z_{elec} I \\ F &= Z_{mec} \text{ vitesse} \end{aligned}$$

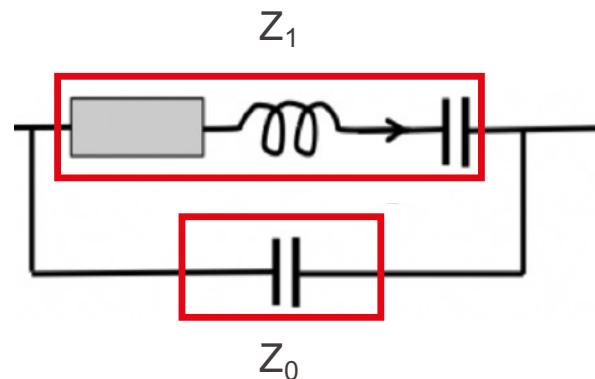
A la fréquence de résonance, l'impédance est à un **minimum**. Pour une même force, il y aura une vitesse plus élevée à la résonance.

$V = (1/\eta) \cdot F$
$C = (1/\eta) \cdot 1/k$
$L = (1/\eta) \cdot M$
$R = (1/\eta) \cdot \lambda$
$i = (1/\eta) \cdot v$



Réponse en fréquence d'un oscillateur piézoélectrique

Ici, l'impédance est constituée de la mise en **parallèle** de la **branche électrique** Z_0 et de la **branche mécanique** Z_1



$V = (1/\eta) \cdot F$
$C = (1/\eta) \cdot 1/k$
$L = (1/\eta) \cdot M$
$R = (1/\eta) \cdot \lambda$
$i = (1/\eta) \cdot v$

$$Z_{//} = \frac{Z_1 Z_0}{Z_1 + Z_0} = R_{//} + iX_{//}$$

Impédance de la branche mécanique

$$Z_1 = R_1 + j\omega L_1 - j \frac{1}{\omega C_1} = R_1 + jX_1$$

Impédance de la branche électrique

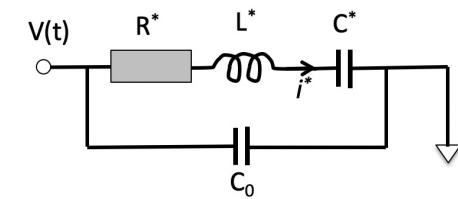
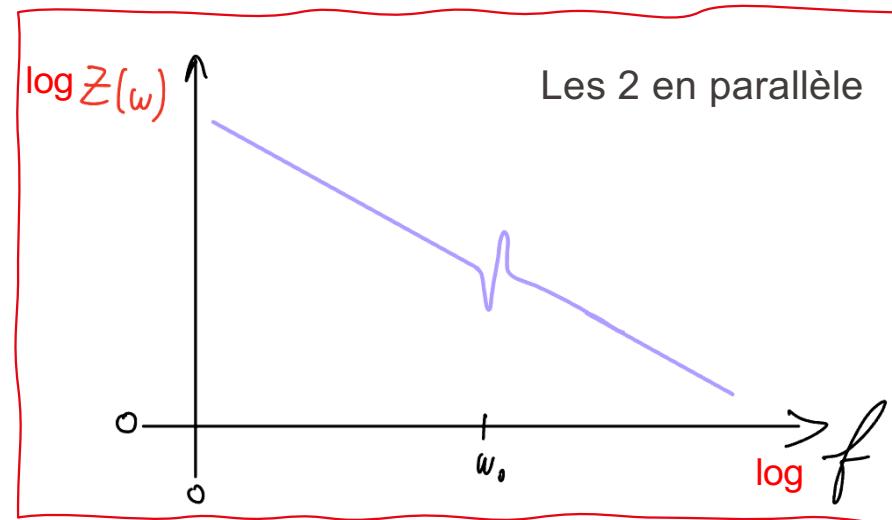
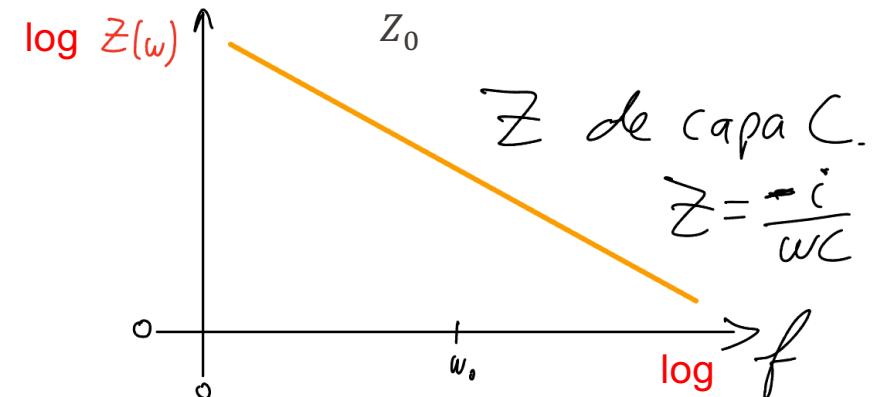
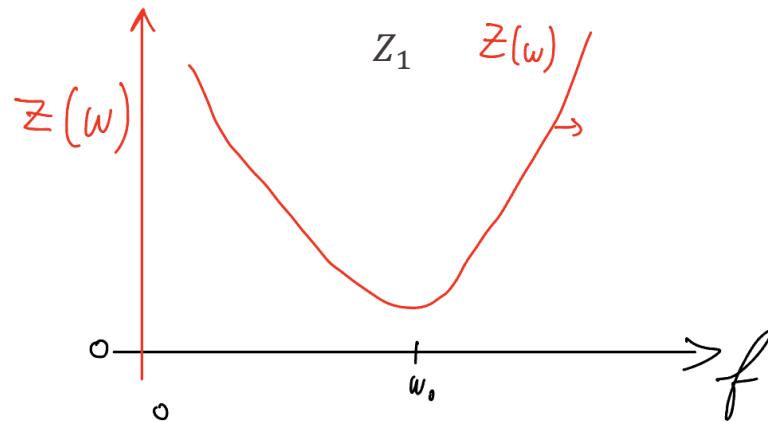
$$Z_0 = -j \frac{1}{\omega C_0} = jX_0$$

$$R_{//} = \frac{RX_0^2}{R^2 - (X_1 + X_0)^2}$$

$$X_{//} = \frac{RX_0^2 + X_1 X_0 (X_1 + X_0)}{R^2 - (X_1 + X_0)^2}$$

R : partie réelle de l'impédance
X : partie imaginaire de l'impédance

Impédance des deux branches en parallèles

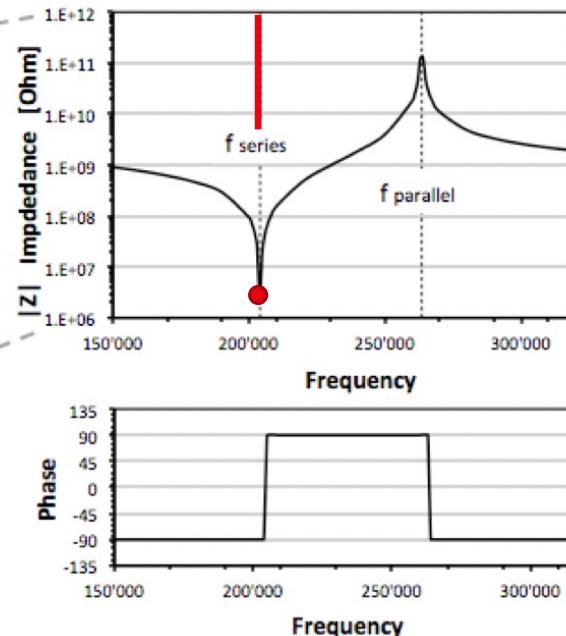
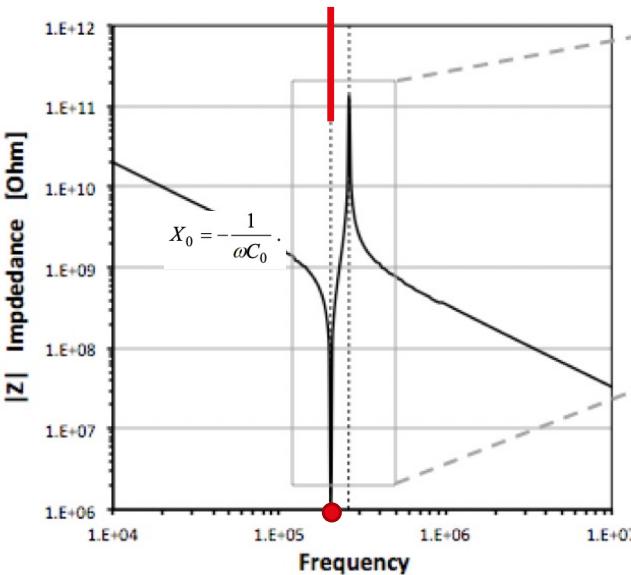
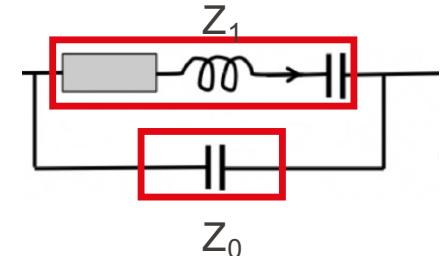


- Z vs. fréquence: dominé par $1/C_0$. comportement globalement capacitif.
- Hors résonance, tout le courant passe dans la capacité C_0

Réponse en fréquence d'un oscillateur piézoélectrique

L'amplitude (courant -> vitesse) du résonateur est maximal lorsque Z_{\parallel} est minimum

Si $R_1 = 0$, Z_1 est zéro quand $j\omega L_1 - \frac{j}{\omega C_1} = 0$ $\rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$



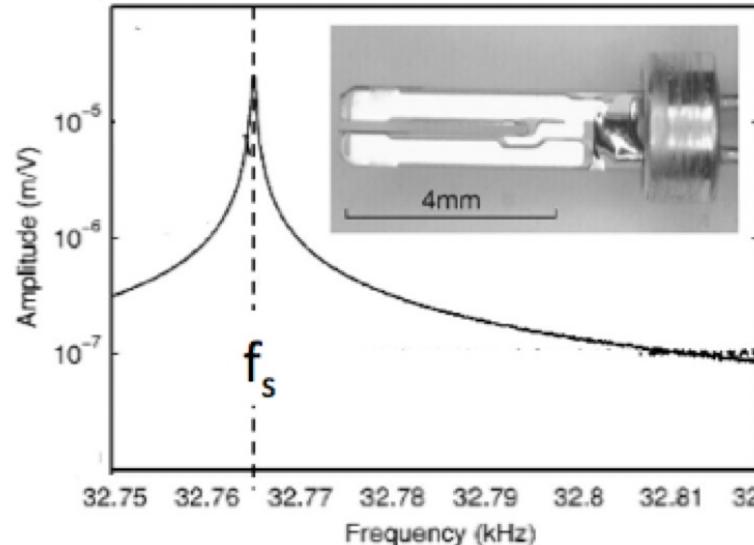
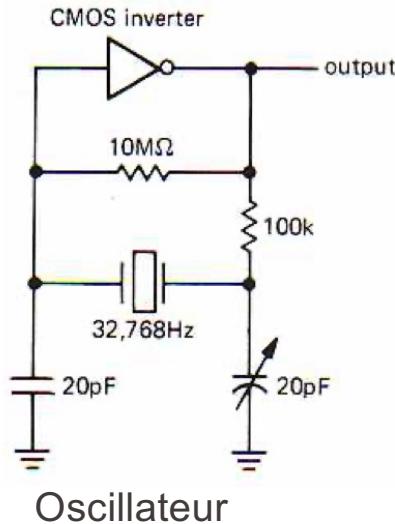
La fréquence de résonance f_s correspond à la **résonance de la branche mécanique**

$$f_s = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{1 + C_1/C_0}$$

- à la résonance, beaucoup de courant dans la branche mécanique = max de mouvement
- C_0 n'a pas d'influence sur fréquence de résonance f_s ! Mais le background capacitif joue un grand rôle, surtout quand utilise comme filtre.

2.1 Diapason quartz (« tuning fork »)



Applications :

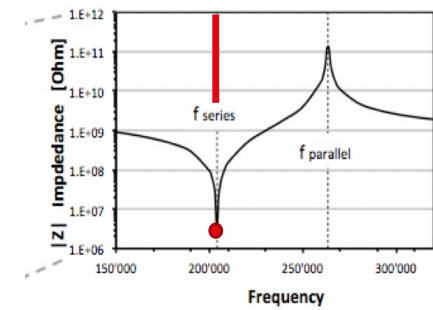
- 1) Référence de fréquence : quartz "horloger" $f_0 = 32768 \text{ Hz}$
Doit être **stable en température** => selon une coupe appelée AT
- 2) Capteur de température :
On choisit dans ce cas une coupe du cristal qui a une **dérive thermique** plus grande et linéaire

$$f = K \frac{b}{l^2} \quad \omega = 1.76 \frac{b}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

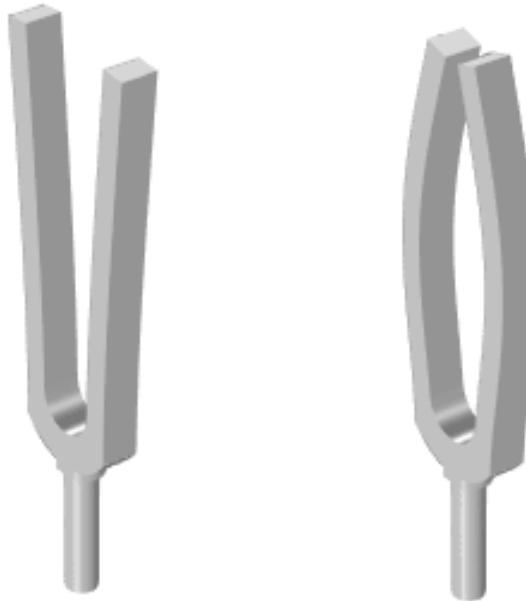
b : largeur du bras

l : longueur du bras

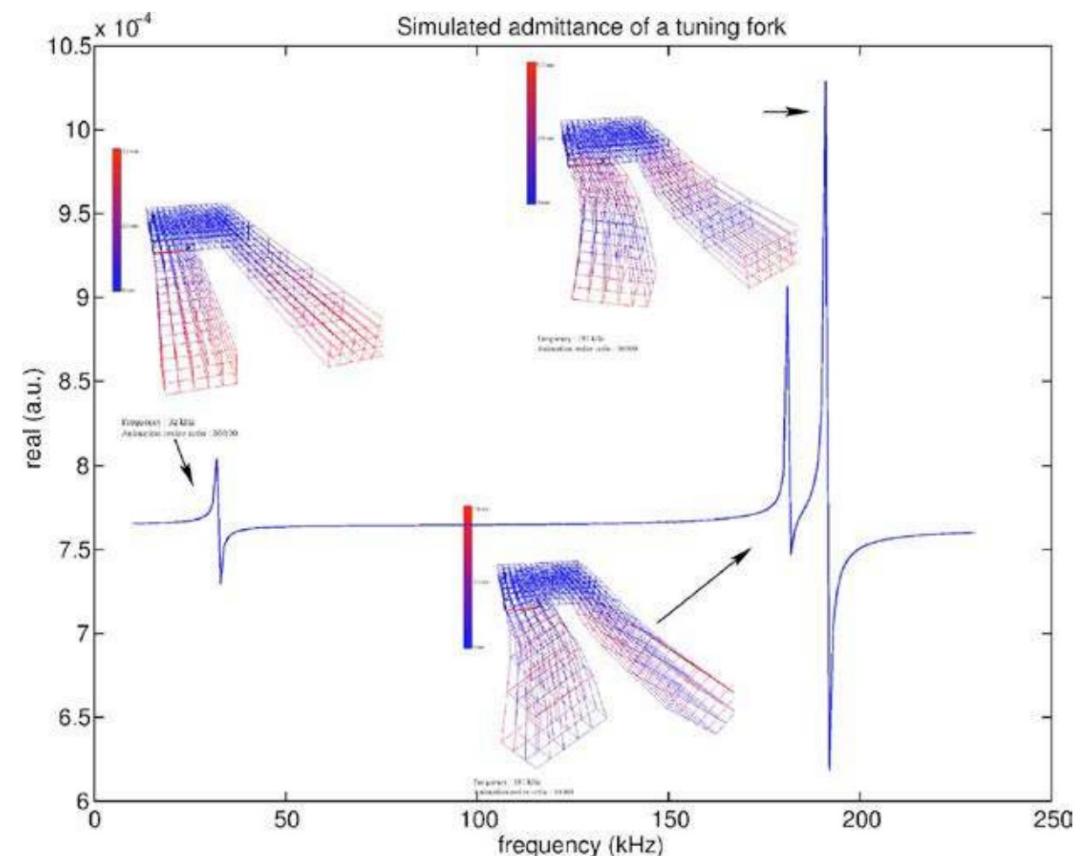
$K = 880 \text{ Hz m}$



Diapason



<https://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/TuningFork/fork-modes.html>



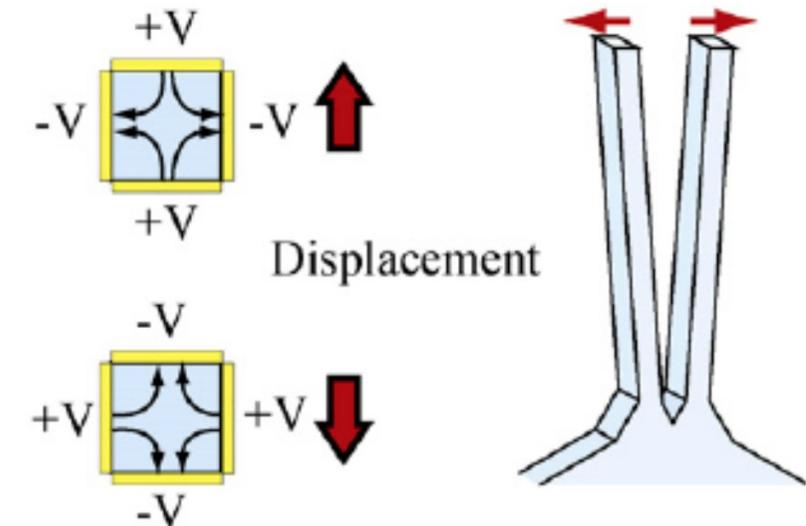
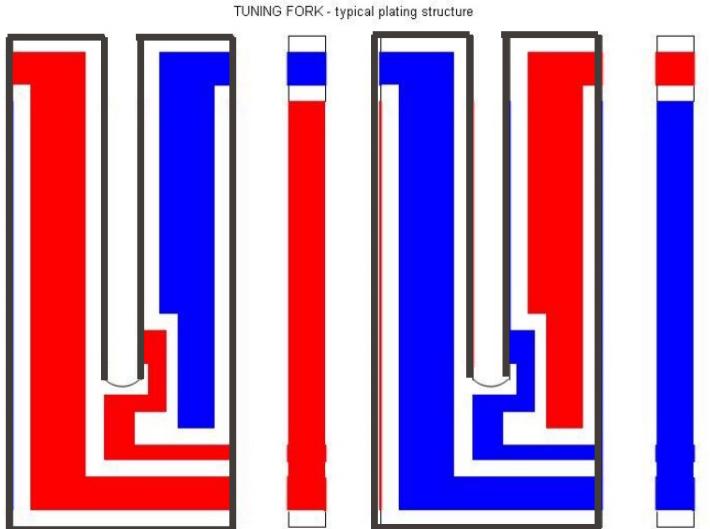
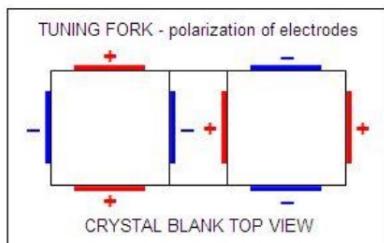
<https://hal.science/hal-00493935/document>

Modes symétriques: centre de masse ne bouge pas: souvent moins de pertes au support.

Suffit de 1 μ W pour maintenir en résonance, car Q très grand.

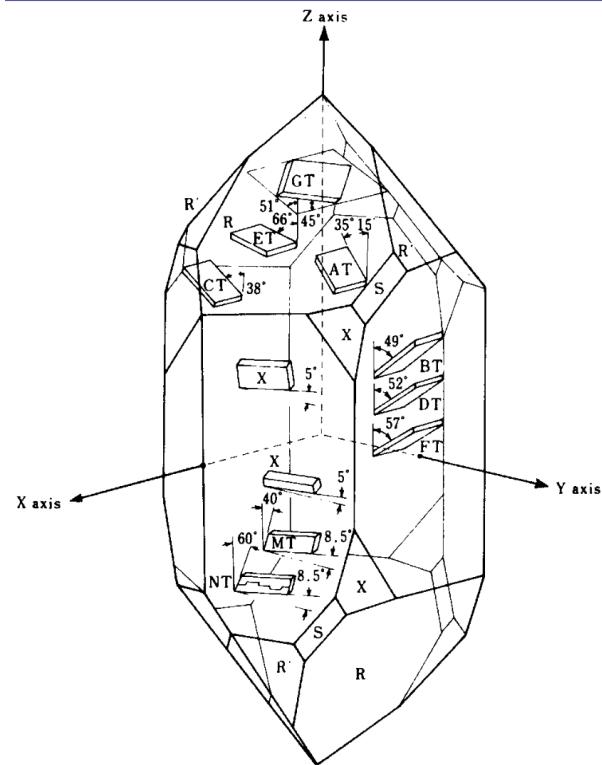
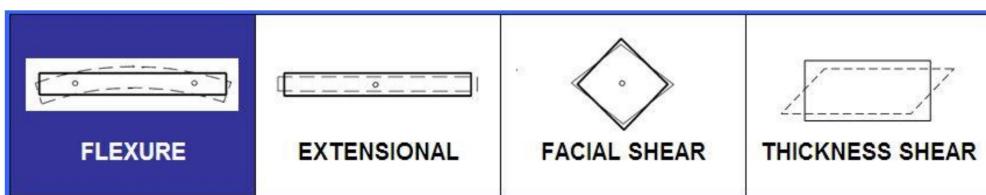
Diapason (*Tuning fork*)

- The electrode plating onto a tuning fork X-cut crystal needs to be plated on all four sides of the tip and both tips need to have opposite polarity so that the tips will move the way it was described on previous page.

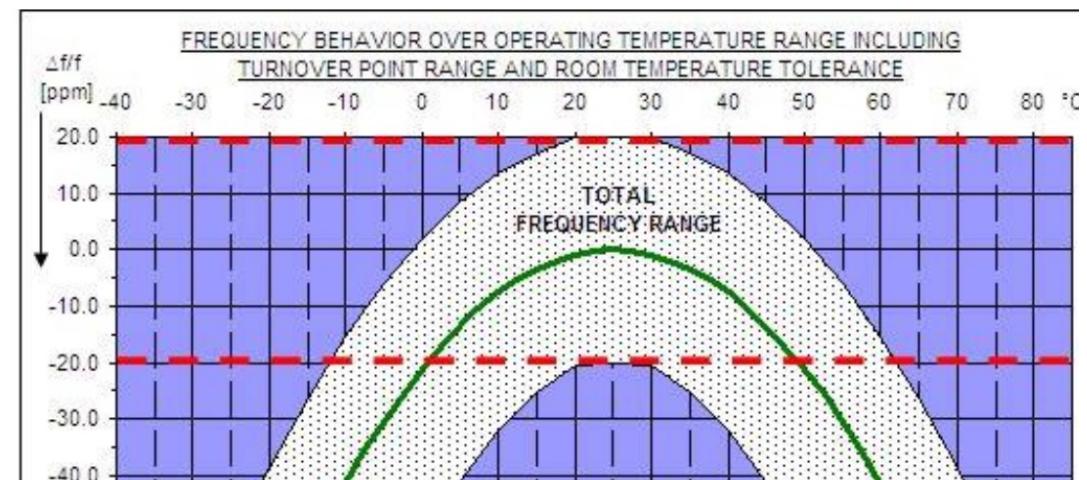
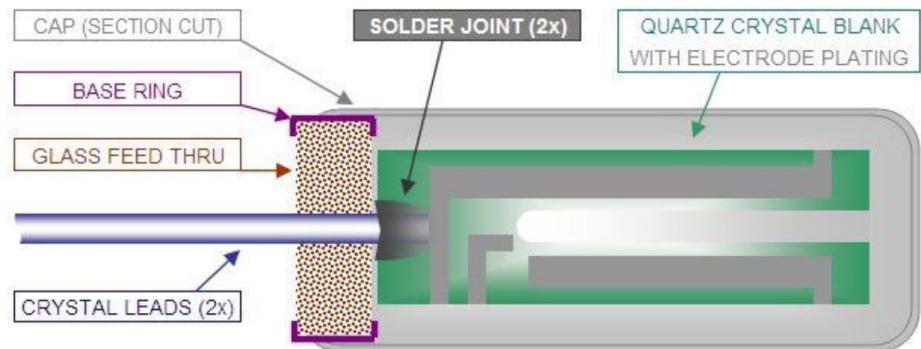


https://www.nkg.com.hk/wp-content/uploads/pdf/NKG-TIT_TuningForkCrystals.pdf

<https://doi.org/10.1016/j.sna.2008.08.021>



TUNING FORK CRYSTAL ASSEMBLY (THROUGH HOLE VERSION)





ECS tuning fork type crystals are used as a clock source in communication equipment, measuring instruments, microprocessors and other time management applications. Their low power consumption makes these crystals ideal for portable equipment.

ECS-3X8X, 2X6X, 1X5X



- Cost Effective
- Tight Tolerance
- Long Term Stability
- Excellent Resistance and Environmental Characteristics
- Pb Free/RoHS Compliant

DIMENSIONS (mm)

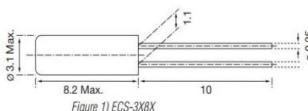


Figure 1) ECS-3X8X

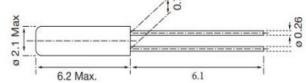


Figure 2) ECS-2X6X

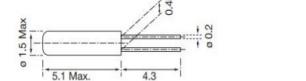


Figure 3) ECS-1X5X

In this circuit, low drive level with a maximum of $1\mu\text{W}$ is recommended. If excessive drive is applied, irregular oscillation or quartz element fractures may occur.

ECS-3X8X, 2X6X, 1X5X 32.768 KHz Tuning Fork Crystal

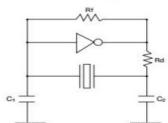
[Request a Sample](#)



OPERATING CONDITIONS / ELECTRICAL CHARACTERISTICS

PARAMETERS	3X8X	2X6X	1X5X	UNITS
Frequency	F_0	32.768	32.768	KHz
Frequency Tolerance	$\Delta f/f_0$	± 20	± 20	± 20
Load Capacitance	C_L	12.5	12.5	8.0
Drive Level (max)	D_L	1	1	1
Resistance At Series Resonance	R_s	35(max)	35(max)	40(max)
Q-Factor	Q	90,000(typ.)	70,000(typ.)	80,000(typ.)
Turnover Temperature	T_M	$+25 \pm 5$	$+25 \pm 5$	$+25 \pm 5$
Temperature Coefficient	β	$-0.040\text{ppm}/^{\circ}\text{C}^2$ max.	$-0.040\text{ppm}/^{\circ}\text{C}^2$ max.	$-0.040\text{ppm}/^{\circ}\text{C}^2$ max.
Shunt Capacitance	C_0	1.60 (typ.)	1.35 (typ.)	1.00 (typ.)
Capacitance Ratio		460 (typ.)	450 (typ.)	400 (typ.)
Operating Temp	T_{opr}	$-10 \sim +60$		$^{\circ}\text{C}$
Storage Temperature	T_{stg}	$-40 \sim +85$		$^{\circ}\text{C}$
Shock Resistance		Drop 3 times on hard wooden board from height of 75cm / ± 5 ppm max.		PPM
Insulation Resistance	IR	500 M Ω min./DC100V		M Ω
Aging (First Year)	$\Delta f/f_0$	± 3 ppm max. @ $+25^{\circ}\text{C} \pm 3^{\circ}\text{C}$		ppm
Motional Capacitance	C_m	0.0035(typ.)	0.0030(typ.)	0.0025(typ.)
				pF

RECOMMENDED OSCILLATION CIRCUIT

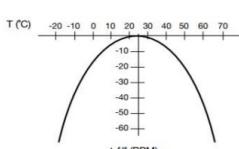


ELECTRICAL CHARACTERISTICS

IC: TC 4069P
Rf: 10M Ω
Rd: 330K Ω (As required)
 $C_1 = 22\text{pF}$, $C_2 = 22\text{pF}$
 $V_{DD} = 3.0\text{V}$

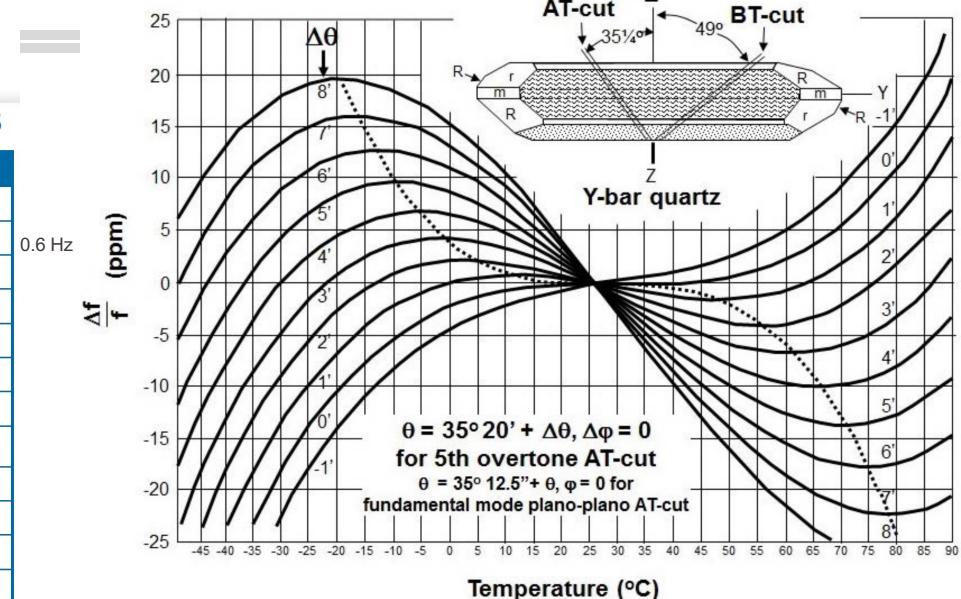
In this circuit, low drive level with a maximum of $1\mu\text{W}$ is recommended. If excessive drive is applied, irregular oscillation or quartz element fractures may occur.

PARABOLIC TEMPERATURE CURVE



To determine frequency stability, use parabolic curvature. For example: What is the stability at 45°C ?

- 1) Change in T (°C) = $45 - 25 = 20^{\circ}\text{C}$
- 2) Change in frequency = $-0.04 \text{ ppm} \times (20)^2$
= $-0.04 \text{ ppm} \times (20)^2$
= -16.0 ppm



<https://www.ctscorp.com/wp-content/uploads/Appnote-Crystal-Basics.pdf>

Très approximativement:

$$\Delta\omega_0 \approx \frac{\Delta\omega}{SNR} \approx \frac{\omega_{res}}{2Q} \frac{1}{SNR}$$

Q=10⁵, SNR=1000 (dépend du gain)
 $\Delta\omega_0 \sim 2 \text{ mHz}$

<https://ecsxtal.com/store/pdf/ECS-3x8X%25202x6X%25201X5X.pdf>

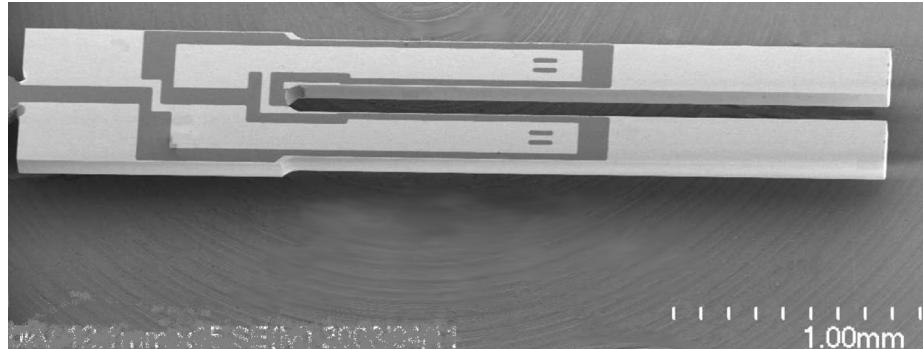
Capteur de température, Quartz



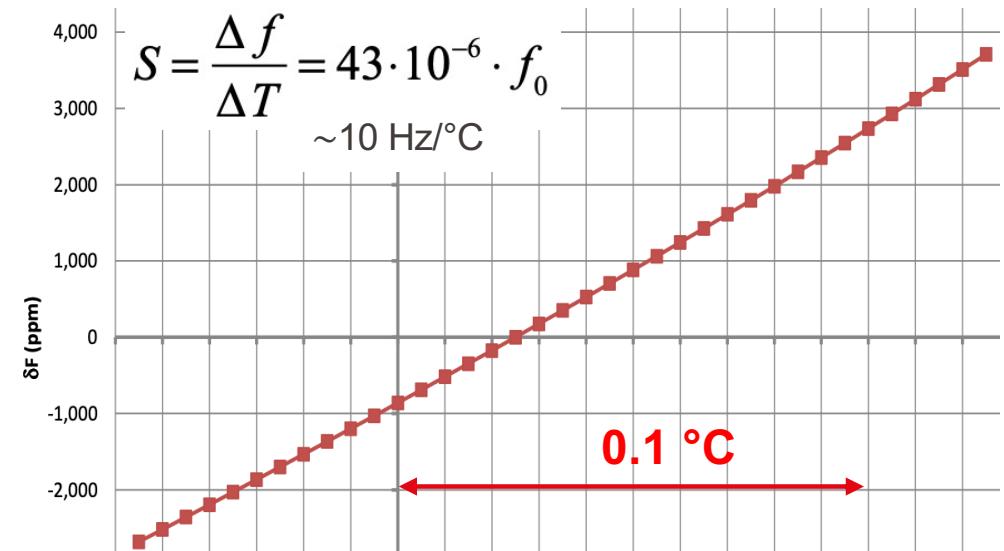
Coupe du Quartz **différente** de celle utilisée pour Quartz horloger !!!

$$f(T) = f(T_0)[1 + \alpha(T - T_0) + \beta(T - T_0)^2]$$

Frequency kHz	α ppm/ $^{\circ}\text{C}$	β ppm/ $^{\circ}\text{C}^2$
172.000	46.4	0.036

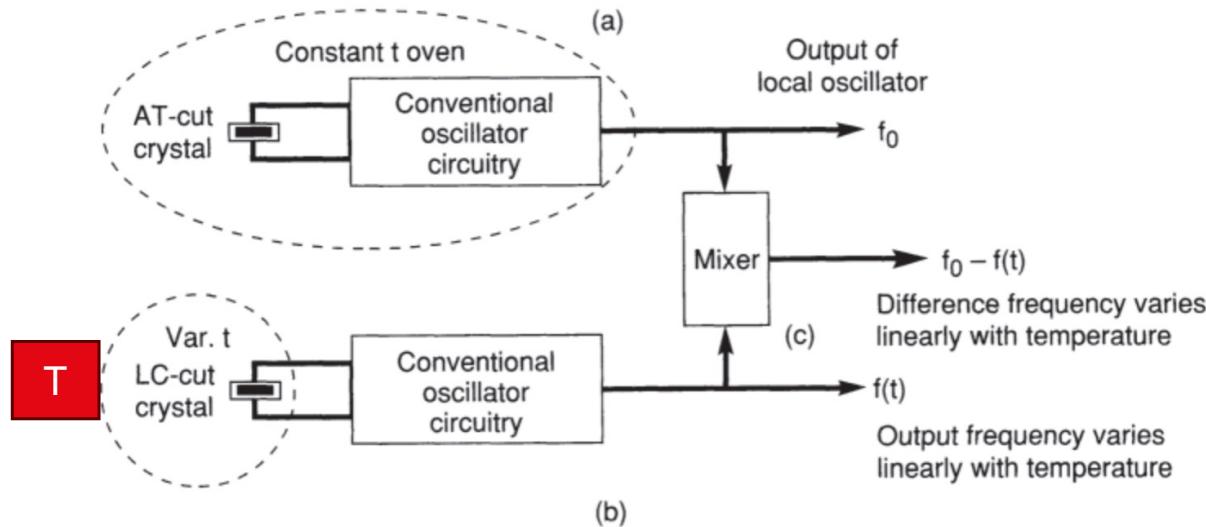


www.statek.com



- Permet de mesurer des changements de température de 0.01 °C ou 0.001 °C (résolution)
- Q très élevé

Capteur de température, Quartz, différentiel



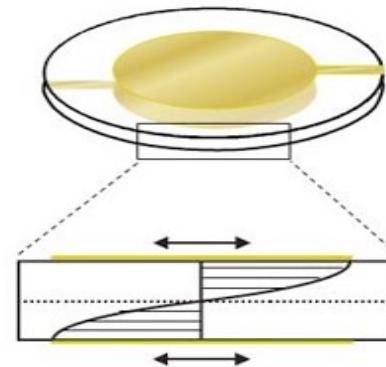
Lecture différentielle pour être sensible à la température.

Cette méthode permet de lire de -80°C to 250°C avec une *précision* de $\pm 0.075^\circ\text{C}$.

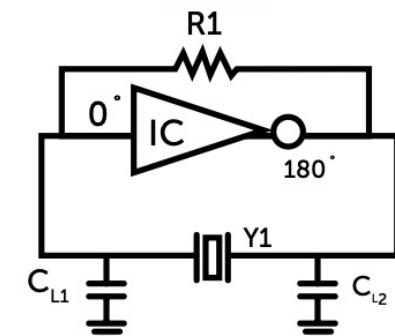
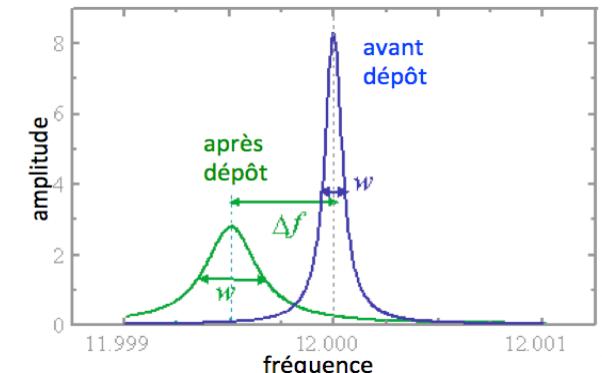
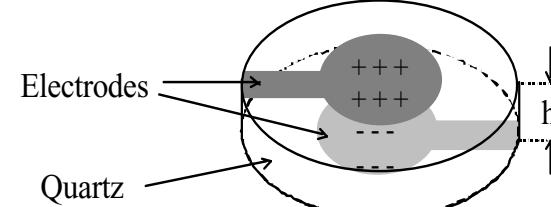
Résolution environ 0.0001°C .

2.2 Microbalance quartz (Quartz Crystal Microbalance QCM)

Principe: mesure de masse d'une **couche absorbée ou déposée** par variation de la **fréquence** d'un disque en quartz qui vibre en mode de **cisaillement**.



https://en.wikipedia.org/wiki/Quartz_crystal_microbalance



Comme le diapason, le piézo se cale à sa fréquence de résonance car haut Q, dans circuit à haut gain.
Sortie en fréquence

Microbalance quartz - QCM

$$f_0 = \frac{1}{2t} \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

t : épaisseur du quartz

ρ : densité du quartz; 2650 kg/m³

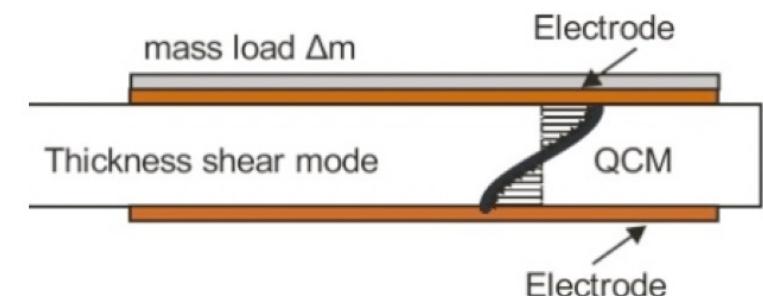
G: module de cisaillement du quartz: 2.94 .10¹⁰ Pa

A: surface active

n: mode. Seulement impair du aux charges su piezo

Δm : Mass change per unit area (eg $\mu\text{g}/\text{cm}^2$)

$$\frac{\Delta f}{f_0} = -\frac{\Delta t}{t}$$



Si on dépose une couche mince (rigide) de masse Δm par surface:

$$\Delta m = \rho \cdot A \cdot \Delta t$$

$$\frac{\Delta f}{f_0} = -\frac{\Delta m}{m}$$

$$\Delta f = -\Delta m \cdot n \cdot \frac{2f_0^2}{A\sqrt{\rho G}}$$

Equation de Sauerbrey

$$\frac{\Delta f}{\Delta m} = -56.6 \text{ Hz.cm}^2/\mu\text{g}$$

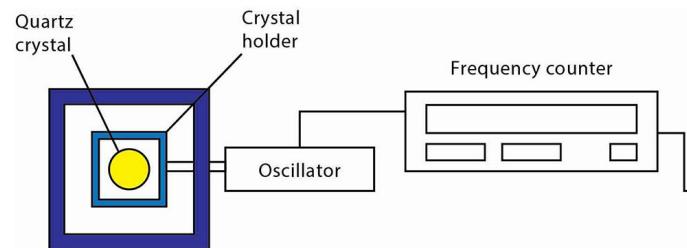
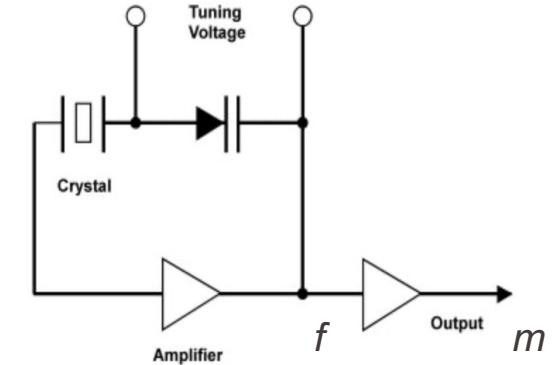
Pour AT-cut Quartz à 5 MHz si n=1

Faut corriger si ajoute un matériau autre que du quartz. Mais ici la rigidité du quartz domine.

Microbalance quartz - QCM

Résolution en masse: $\Delta m_{min} = \frac{\Delta f_{min}}{f_0} \cdot m_{Quartz}$

Résolution en épaisseur: $\Delta t_{min} = \frac{1}{A \cdot \rho_{dépot}} \frac{\Delta f_{min}}{f_0} \cdot m_{Quartz}$



- Mesure d'**épaisseur de couches minces** (évaporation, pulvérisation cathodique, ...)
- Peut mesurer des quantités moyennes déposées **inférieures** à une **couche atomique** !
- Épaisseur (moyenne) précise au nm
- On peut lire $\Delta f_{min} \sim 1$ Hz pour $f_0 = 5$ MHz

Microbalance quartz

$$\frac{\Delta f}{\Delta m} = - 56.6 \text{ Hz.cm}^2 / \mu\text{g}$$

Pour AT-cut Quartz à 5 MHz

Aucune spécificité ou sélectivité, à moins de mettre couche d'absorption (par ex d'anticorps)

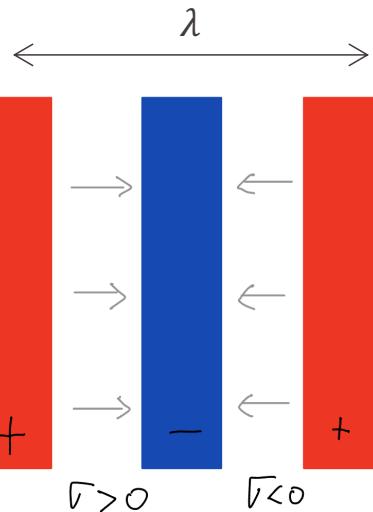
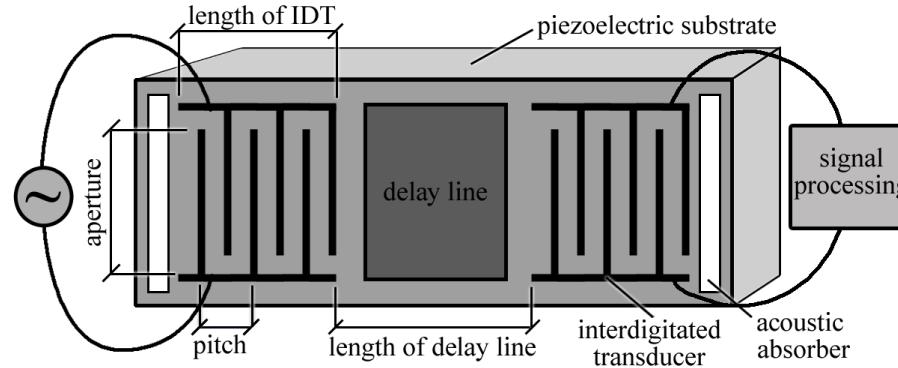
$$\frac{\Delta f}{\Delta m} = - 113 \text{ Hz}/\mu\text{g}$$

Pour AT-cut Quartz à 10 MHz, 1 cm²

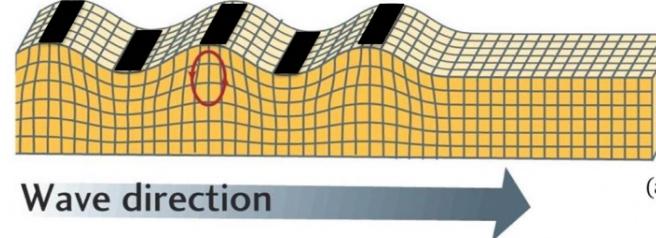
On mesure facilement 1 Hz sur 10 MHz, donc $10^{-2} \mu\text{g} = 10^{-11} \text{ kg}$
Volume = $10^{-11} / 2600 \text{ m}^3 = 4 \cdot 10^{-15} \text{ m}^3$

Résolution $\Delta t = 0.04 \text{ nm}$

2.3 Capteurs à ondes acoustiques de surface (SAW)

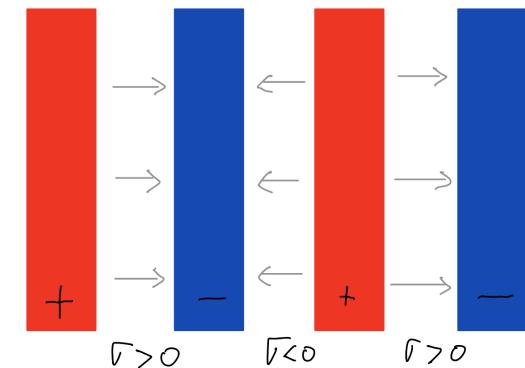


Tension AC appliquée sur des électrodes sur piézoélectrique



$$f = v/\lambda$$

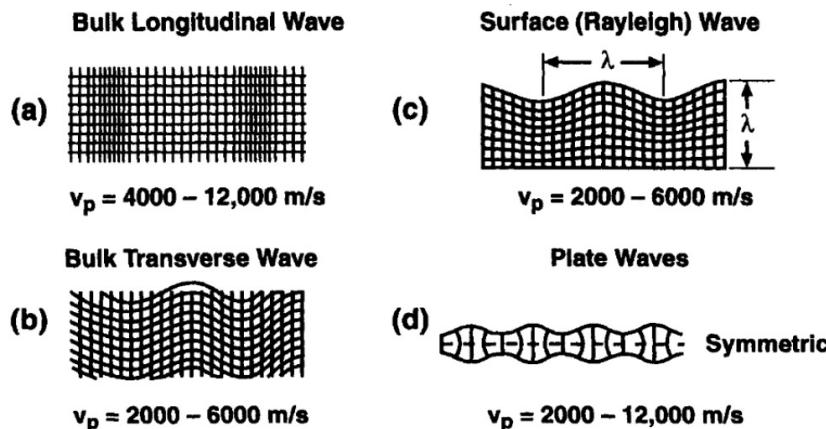
λ est fixe par géométrie



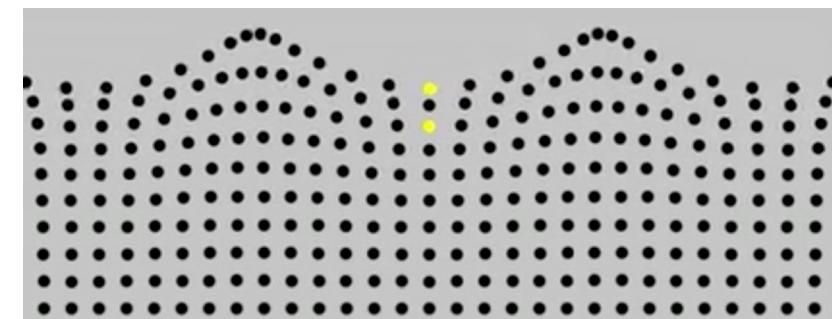
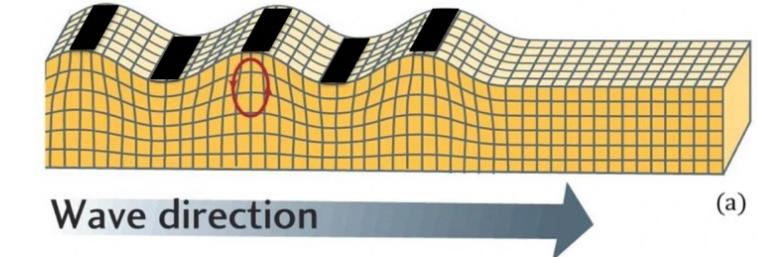
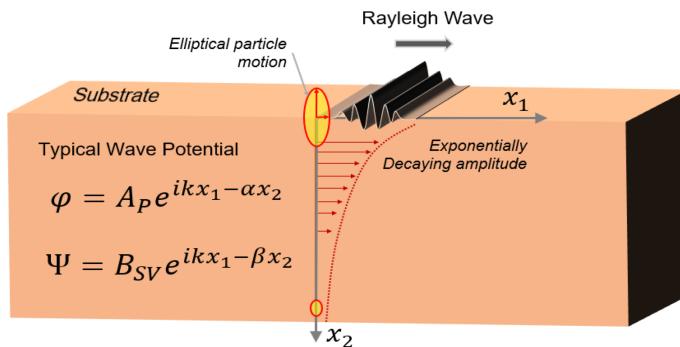
Tension AC générée par mouvement

Capteurs à ondes acoustiques de surface (SAW)

Principe: **Ondes de surface de Rayleigh** (confinées dans une épaisseur de $\sim 2\lambda$).
Électrodes interdigitées sur un substrat piézoélectrique.



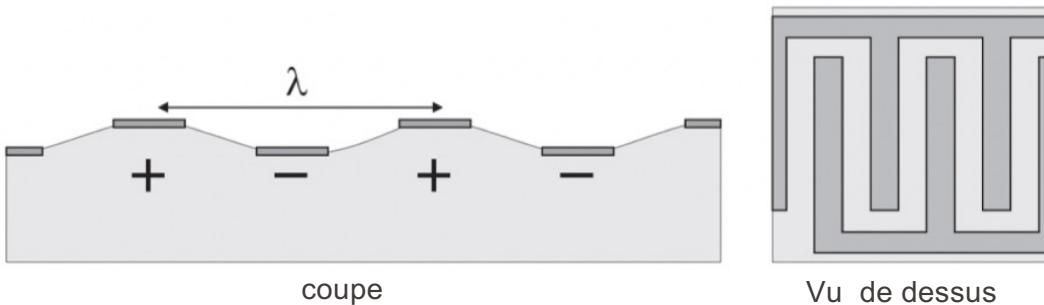
Ballantine, *Acoustic Wave Sensors: Theory, Design and Physico-Chemical Applications* (Elsevier, 1996).



Capteurs à ondes acoustiques de surface (SAW)

Matériaux : quartz, LiNb₂O₄

Fréquence: MHz à GHz



$$\Delta f = (k_1 + k_2) \rho h f_0 - k_2 h f_0 \left(\frac{4\mu}{V_R^2} \right) \frac{(\lambda + \mu)}{(\lambda + 2\mu)}$$

Masse ajoutée

Effet mécanique

h: épaisseur du film déposé
 ρ : densité du film
 V_R : vitesse des ondes Rayleigh
 λ : bulk modulus

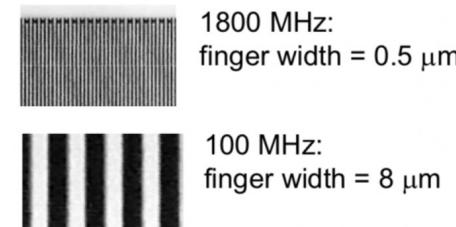
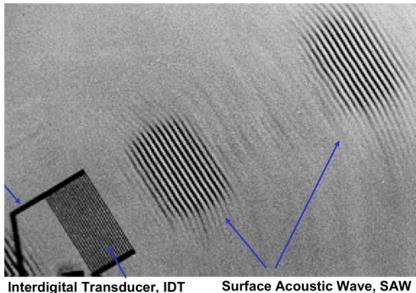
k_1 et k_2 : constantes du quartz
 μ : shear modulus (G)
 f_0 : fréq. res. sans masse ajoutée

Wohltjen, H. Mechanism of Operation and Design Considerations for Surface Acoustic-Wave Device Vapor Sensors. *Sens. Actuator* 1984, pp. 307–325

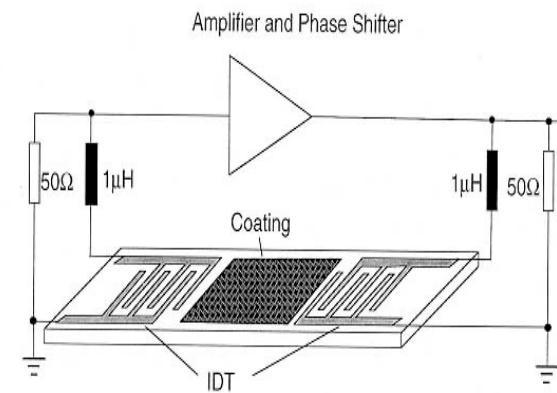
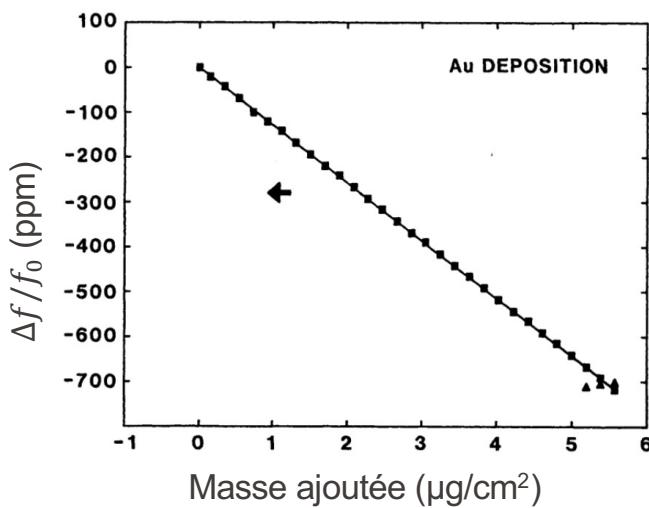
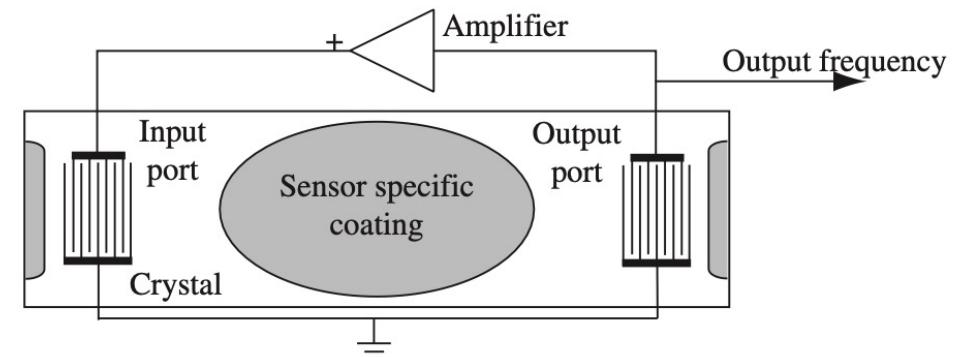
Si la surface du matériau de l'onde acoustique est modifiée, ses propriétés acoustiques changent et modifient: i) la vitesse de propagation et donc ii) la fréquence de résonance :

- On peut faire le même type de mesures qu'avec le QCM (**humidité, gaz, biomolécules, cinétique de réactions...**). Sensibilité ($\Delta f / \Delta m$) quasi- identique au QCM. Sensible à la surface car onde de surface
- Et aussi mesurer l'effet de **contraintes mécaniques** sur l'élément SAW

Capteurs à ondes acoustiques de surface (SAW)



SAW fréquence jusqu'à plusieurs GHz



Feedback positif
Le signal de sortie est une fréquence

Capteurs à ondes acoustiques de surface (SAW)

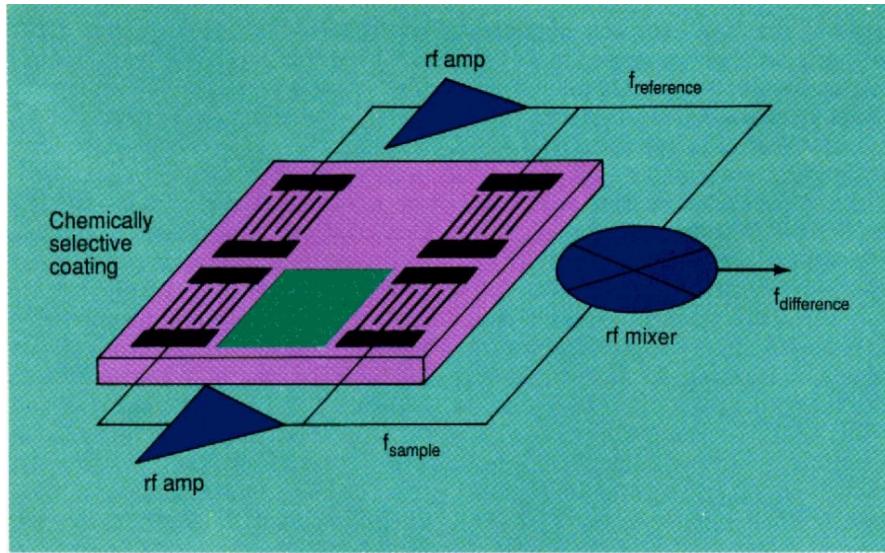


Figure 3. Schematic of dual delay line SAW sensor configuration.

Compense dérive thermique

D. Ballantine, Surface acoustic wave devices for chemical analysis. *Anal. Chem.* **61**, 704A-715A (1989).

grande dérive thermique car la vitesse du son dépend de la température

Table 1. Some common piezoelectric materials for SAW chemical sensors. An (*) is for a SAW other than Rayleigh mode and a (†) is for a measured velocity.

Substrate Material	Reported SAW Velocity (m/s)	K ² (%)	TCF (ppm/C)	ε	T _{max} (C)
ST-X Quartz	3159.3 [30]	0.11	0	3.7	573
Y-Z LiNbO ₃	3487.7 [30]	4.80	94		
128Y-X LiNbO ₃	3992 [43]	5.6	75	83	1150
64Y-X LiNbO ₃	4742.5 * [54]	11.3	80		
Y-Z LiTaO ₃	3230 * [42]	0.74	35		
X-112Y LiTaO ₃	3301 * [45]	0.64	18	52	665
(0, 138.5, 26.8) La ₃ Ga ₅ SiO ₁₄	2734 † [44]	0.34	~0	18	1470
(0001) AlN	5607 [55]	0.30	19	8.5	2200
(001)-<110> GaAs	2864 [52]	0.07	35	12.9	
ZnO	2645 [47]	1.8	15	10	1170

B. S. Damasceno, et al. *Materials Science in Semiconductor Processing* **167**, 107811 (2023).

$$\frac{\Delta f}{f} = (\delta - \alpha)\Delta T$$

Env. 10⁻³ par degré

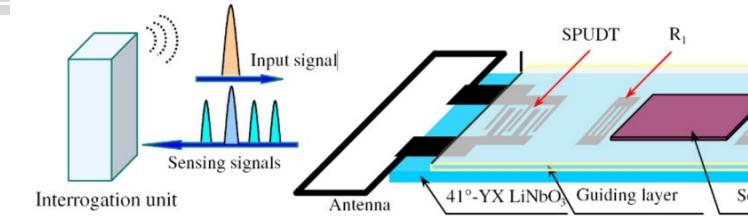
α: coefficient de dilatation thermique

δ: coefficient thermique de vitesse du son



SURFACE ACOUSTIC WAVE TECHNOLOGY IN ROBOTICS

strain]

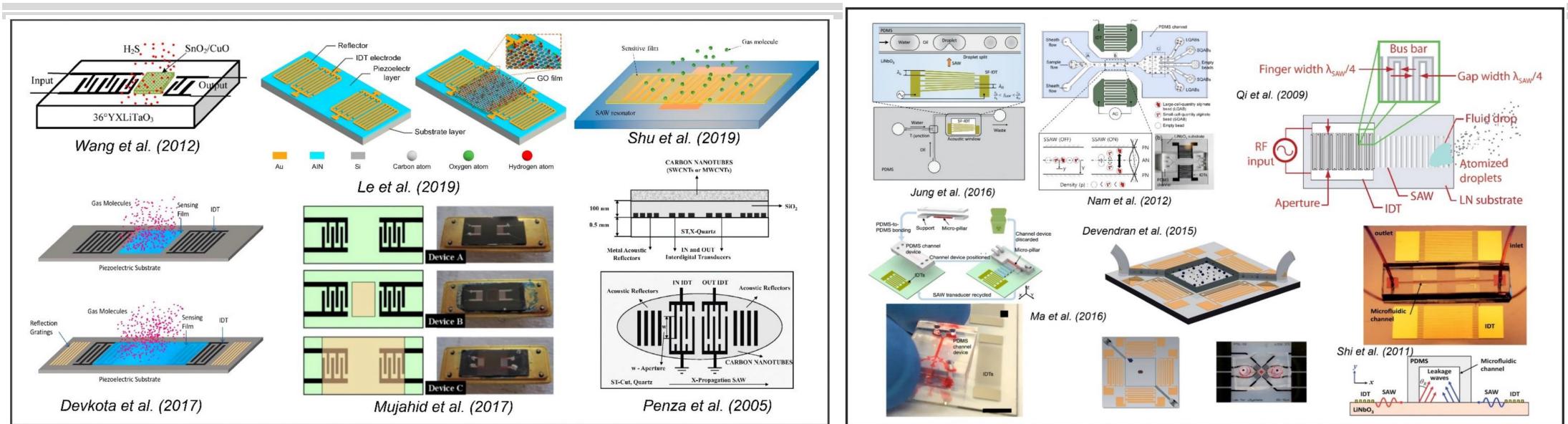


Wang, W., Lee, K. and Taehyun, K. (2007), "A novel wireless, passive CO₂ sensor incorporating a surface acoustic wave reflective delay line", Smart Materials and Structures.

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta l}{l}$$

La mesure de déformation relative permet de déduire force ou couple

Capteur de gaz SAW



D. Mandal, S. Banerjee, Surface Acoustic Wave (SAW) Sensors: Physics, Materials, and Applications. *Sensors* **22**, 820 (2022).

Sur la partie active du SAW, on ajoute une couche qui réagit avec le gas d'intérêt, afin d'augmenter la spécificité-

TABLE 8.1 ■ Some sensed substances and the coatings used for that purpose

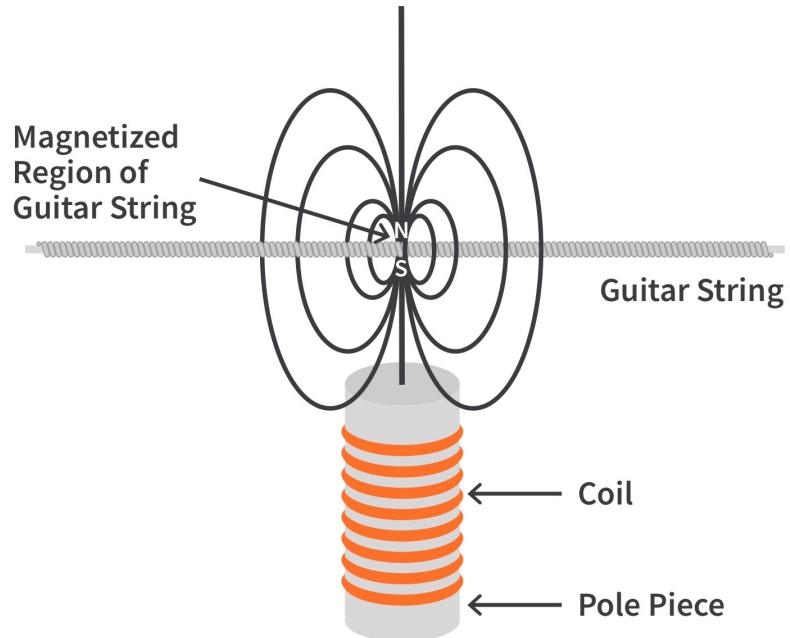
Compound	Chemical coating	SAW material
SO_2	TEA (triethanolamine)	Lithium niobate
H_2	Pd (palladium)	Lithium niobate, silicon
NH_3	Pt (plutonium)	Quartz
H_2S	WO (Wolfram oxide)	Lithium niobate
Water vapor	Hygroscopic material	Lithium niobate
NO_2	PC (phthalocyanine)	Lithium niobate, quartz
$\text{NO}_2, \text{NH}_3, \text{SO}_2, \text{CH}_4$	PC (phthalocyanine)	Lithium niobate
Explosives vapor, drugs	Polymer	Quartz
SO_2 , methane	None	Lithium niobate

Chapitre 9 - Capteurs résonants

Partie 3 : résonateurs électromagnétiques



Electric Guitar pick-up



<https://www.circuitbread.com/ee-faq/how-does-a-guitar-pickup-work>

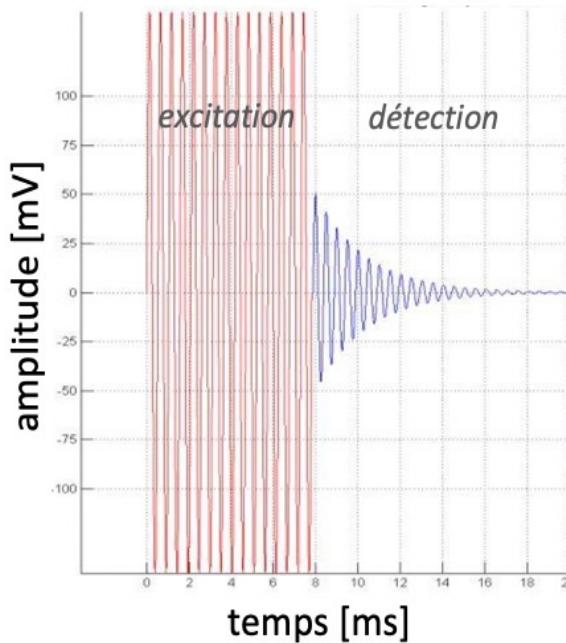
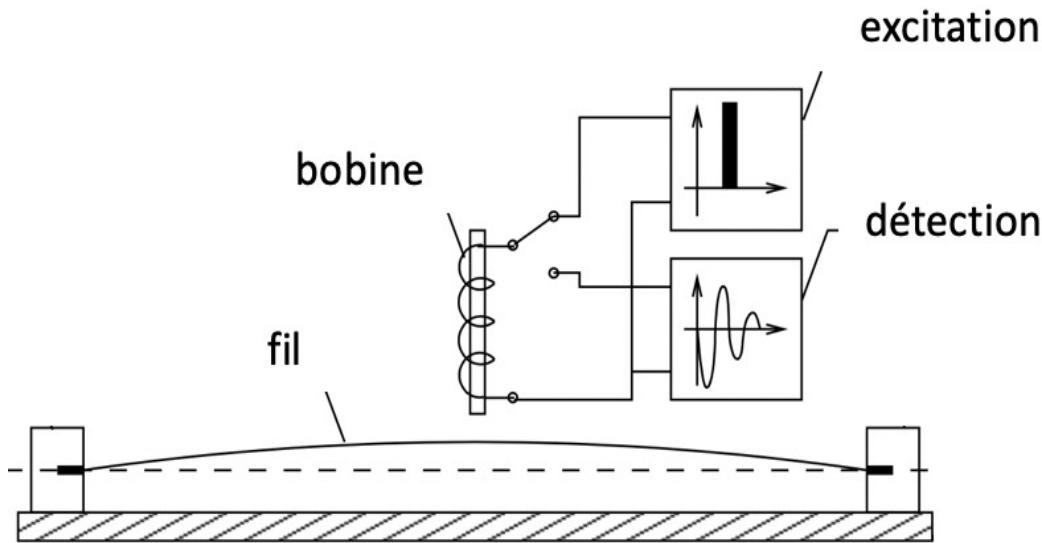
Les doigts du guitariste font résonner les cordes.
Lecture de l'EMF dans la bobine

https://www.yamaha.com/en/musical_instrument_guide/electric_guitar/mechanism/mechanism002.html

Capteur de force/déformation à "fil vibrant"



Principe: la force de traction appliquée sur un fil change sa **fréquence** de résonance



Alterne: entre excitation & mesure

- i) l'électro-aimant excite le fil (légèrement magnétique)
- ii) lecture de *emf* par la bobine

Jauge de déformation à fil vibrant

La jauge de déformation à fil vibrant est constituée d'un fil pré-tendu, clampé à l'intérieur d'un tube.

Ce tube est fixé sur la structure dont on veut mesurer la déformation.

Pour trouver ε , on mesure la fréquence de résonance du fil.

$$f_0 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F_0}{A \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{1}{4L^2 \rho} \frac{F_0}{A}}$$

F_0 : force de tension initiale
 ρ : densité du fil

A: section du fil.
L: longueur du fil

Si on étire le fil, la force sur le fil change de F_0 à F

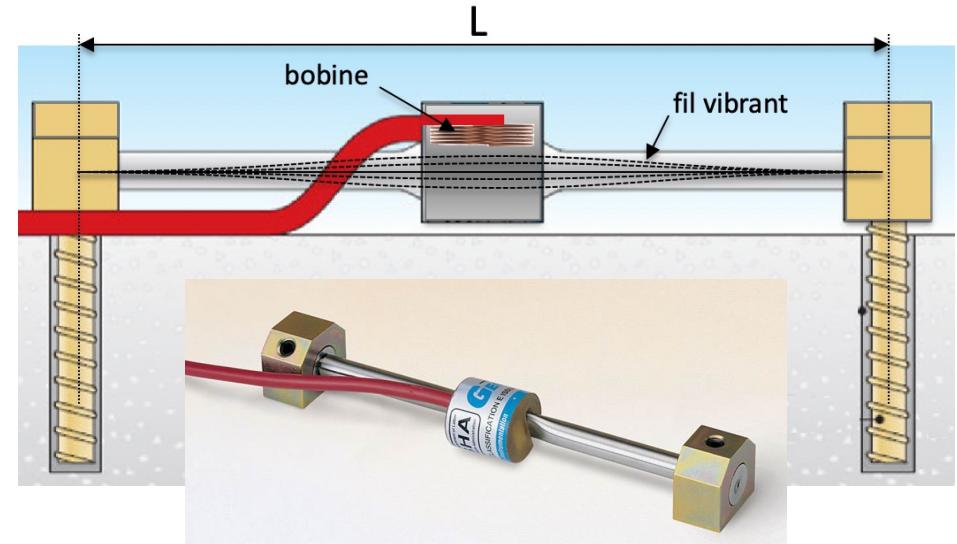
$$\Delta F = (F - F_0) = 4L^2 A \rho (f^2 - f_0^2)$$

En utilisant la loi de Hooke ($\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{EA}$) sur le fil, on obtient:

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta F}{EA} = \frac{4L^2 \rho}{E} (f_m^2 - f_0^2)$$

et

$$f_m = \sqrt{\frac{\Delta \varepsilon \cdot E}{4L^2 \rho} + f_0^2}$$



Standard Range ¹	3000 $\mu\epsilon$
Resolution	1.0 $\mu\epsilon$
Accuracy ²	$\pm 0.5\%$ F.S.
Nonlinearity	< 0.5% F.S.
Temperature Range ³	-20 °C to +80 °C
Active Gauge Length ⁴	150 mm (5.875 in.)

<https://bditest.com/product/vw-surface-mount-strain-gage/>

Alterne: excitation <-> mesure
Electroaimant excite le fil <-> lecture de emf par la bobine

Modèle de l'oscillateur électromagnétique

Schéma électrique équivalent d'un oscillateur électromagnétique (analogie force-tension)

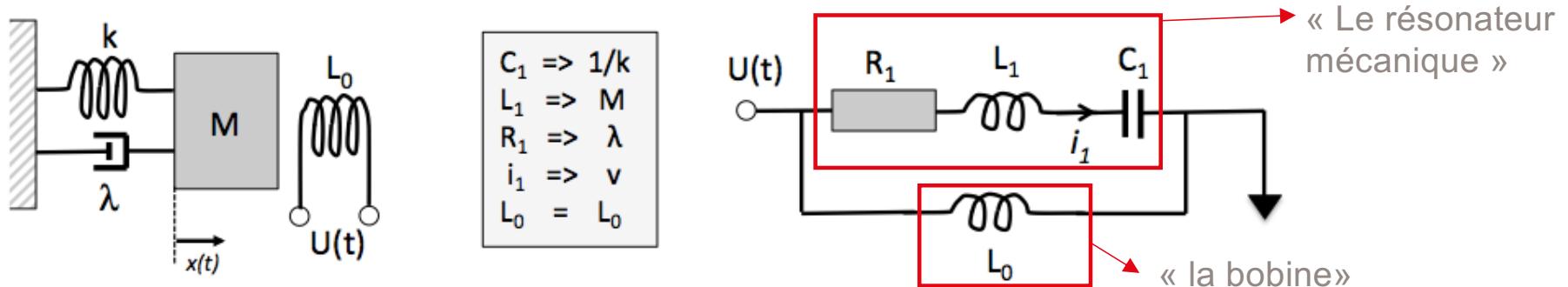


Schéma électrique équivalent d'un oscillateur électromagnétique.

C_1 : compliance mécanique = $(\text{raideur})^{-1} = 1/k$, L_1 : masse = m , R_1 : dissipation mécanique
 L_0 : inductance de la bobine d'excitation

Impédance équivalente: $Z(\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$

$$R(\omega) = \frac{R_1 X_0^2}{R_1^2 + (X_1 + X_0)^2}$$

$$X(\omega) = \frac{R_1^2 + X_1(X_1 + X_0)}{R_1^2 + (X_1 + X_0)^2}$$

avec

$$X_1 = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}$$

et

$$X_0 = \omega L_0$$

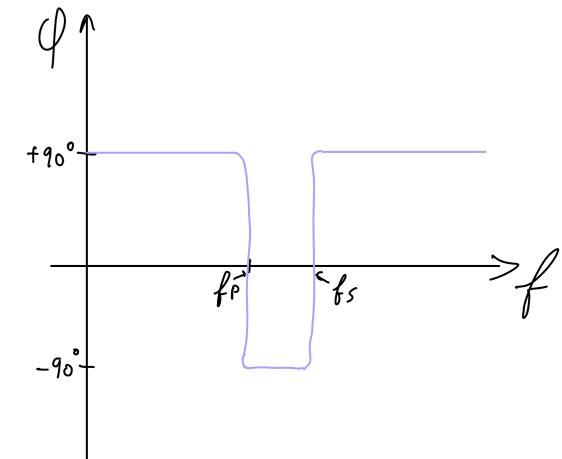
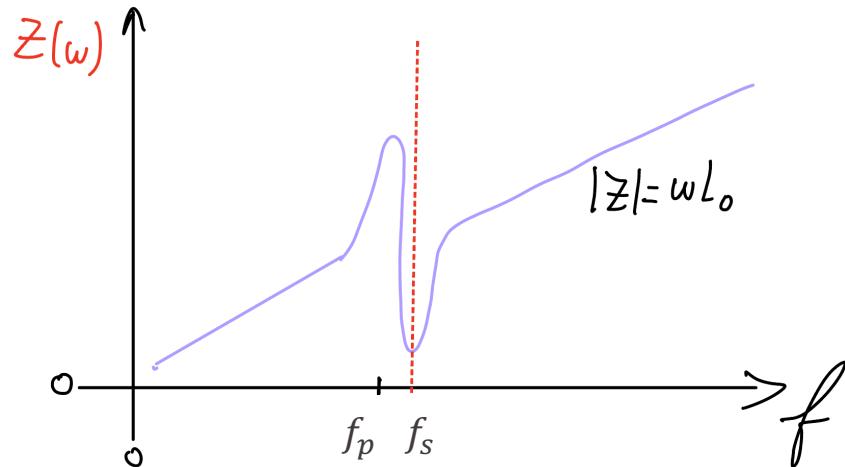
Modèle de l'oscillateur électromagnétique

Résonance série

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}$$

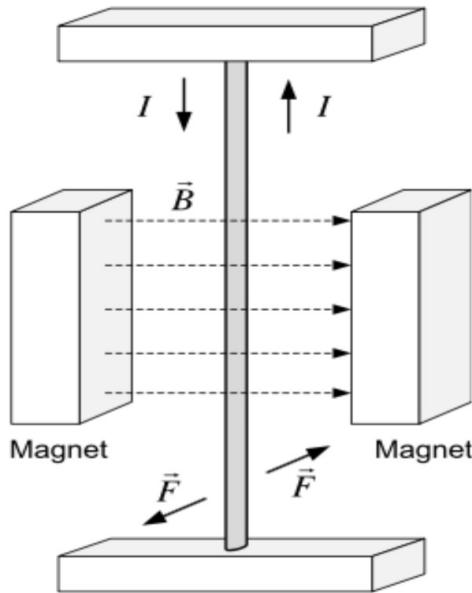
$$f_s = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

= résonance mécanique



- À $f_{série}$, impédance minimum. Le courant passe dans la branche mécanique: max de mouvement
- Circuit simple d'amplification donne un signal à la fréquence $f_{série}$

Capteur de force à fil vibrant (autre configuration, fil non-magnétique)

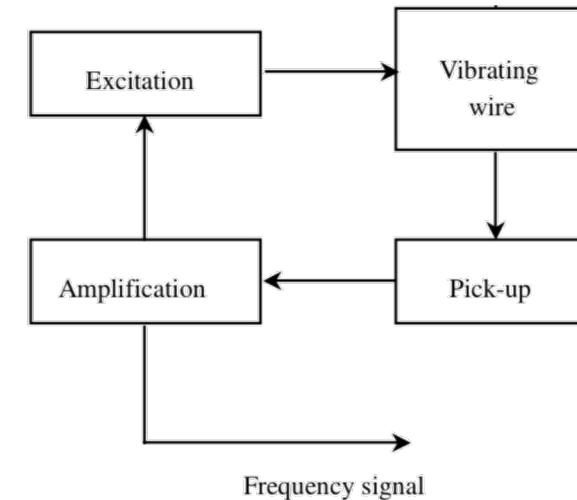


$$F_{em} = I \cdot L \cdot B$$

(Force de Laplace)

$$dV_{ind} = B \cdot dl \cdot v_0 = B \cdot dl \cdot \omega_0 \cdot x_0$$

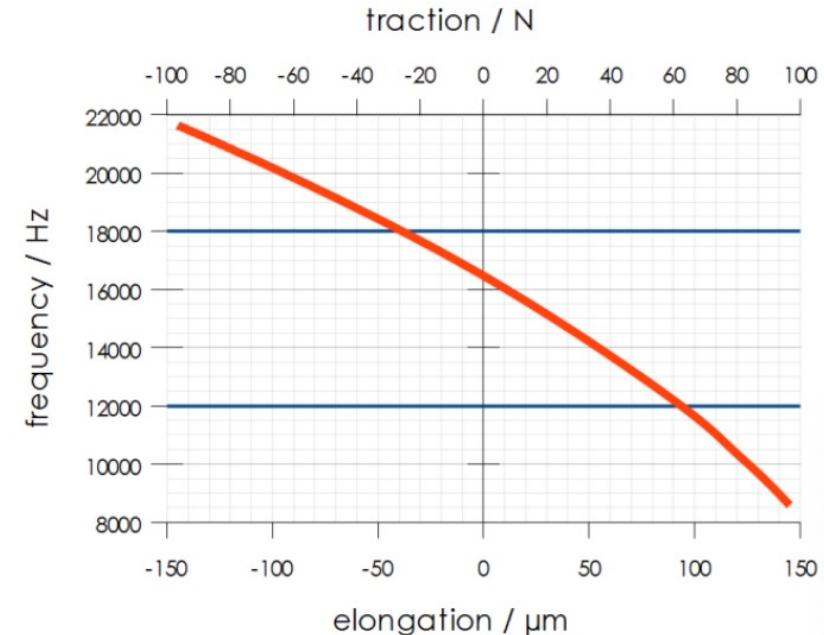
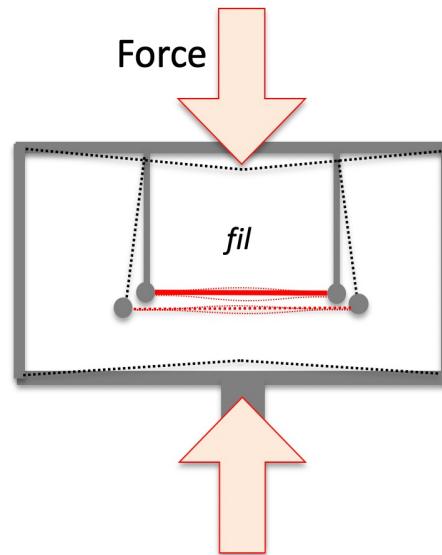
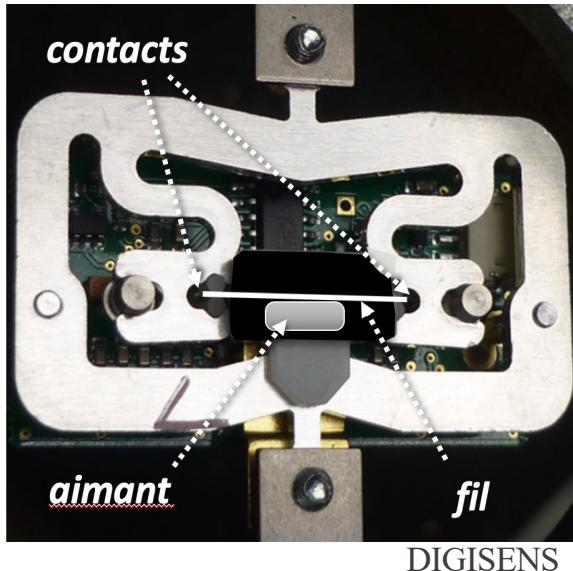
dl : segment du fil, B : champ magnétique perpendiculaire,
 ω_0 : fréquence, x_0 : amplitude de déplacement



Technique d'excitation et détection électrodynamique :

- 1) placer le fil dans un champ magnétique (aimant permanent)
- 2) faire passer un courant alternatif dans le fil
- 3) qui provoque une déformation (force de Lorentz)
- 4) mesurer la tension (force électromotrice) induite pour l'injecter dans la boucle de contre-réaction pour suivre la fréquence de résonance.

Cellule de mesure de force



$$k=660 \text{ kN/m}$$

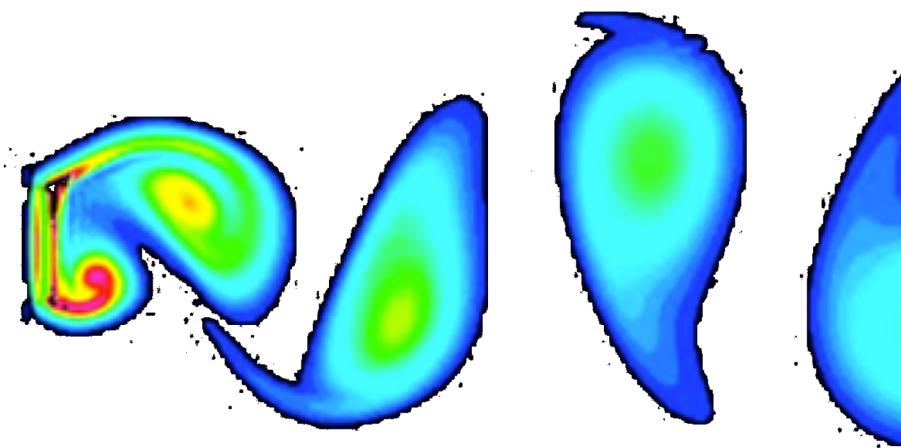
$$\sim 4 \text{ Hz} / \mu\epsilon @ 12 \text{ kHz}$$

- Plus **stable et précis** qu'une jauge piezo-résistive (~ 10 fois meilleur)
- Signal de sortie en **fréquence**

https://www.digisens.ch/images/produkte/lastmesszellen/h/S018E_20_KL66.pdf

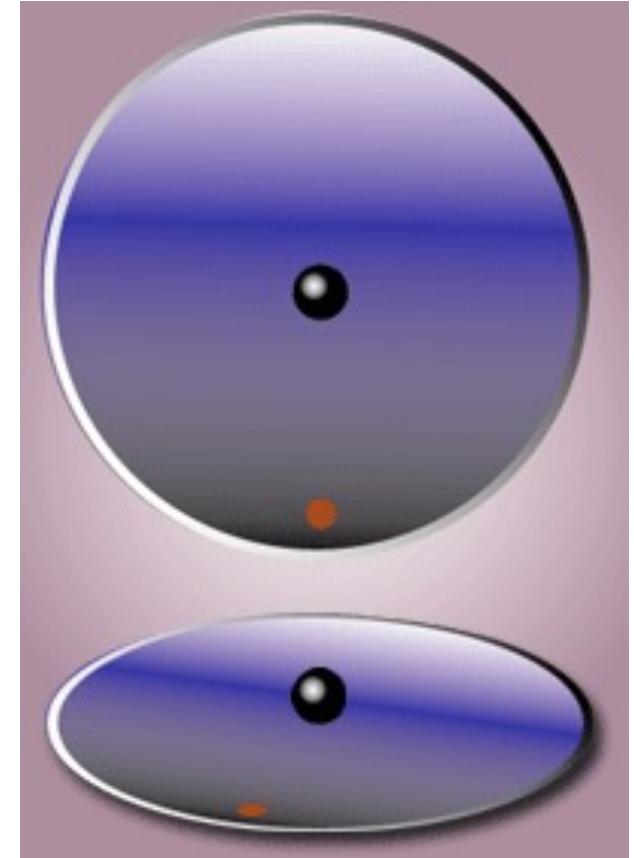
Chapitre 9 - Capteurs résonants

Partie 4 : capteurs de débit



Rappel: Force de Coriolis

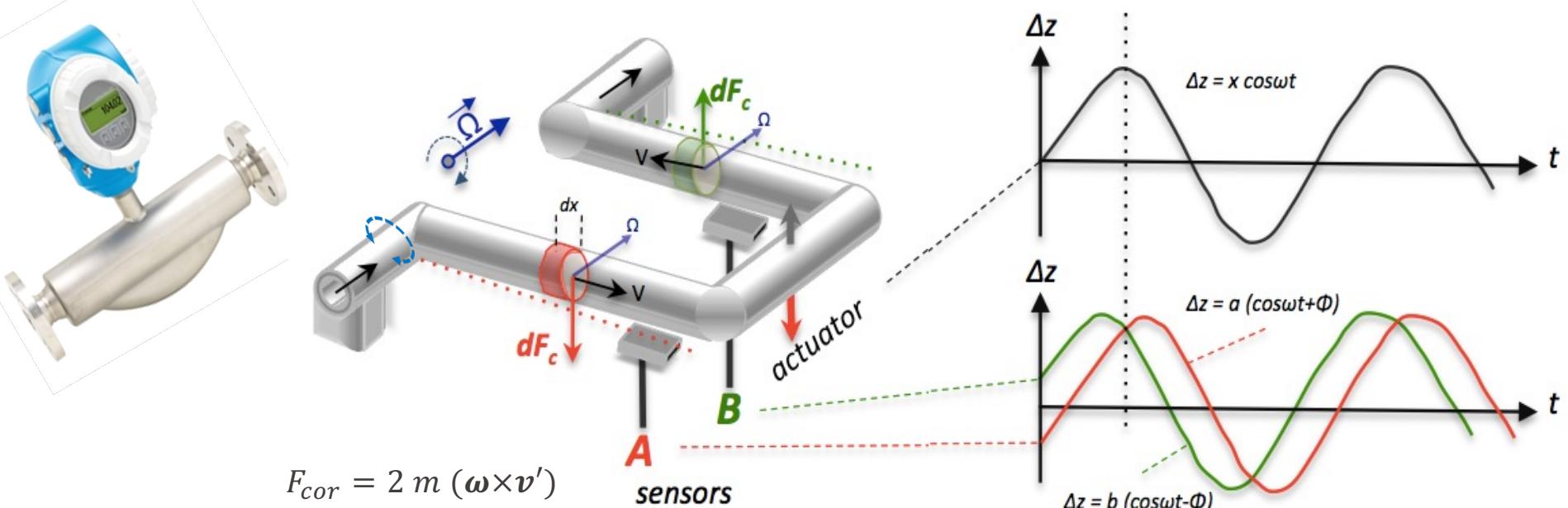
- Force inertielle, dite fictive, car elle dépend du référentiel, comme la force centrifuge
- $F_{cor} = -2 m (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v})$
 - $\boldsymbol{\omega}$: vitesse angulaire (entre les 2 référentiels)
 - \boldsymbol{v} : vitesse de l'objet *relatif au référentiel en rotation*



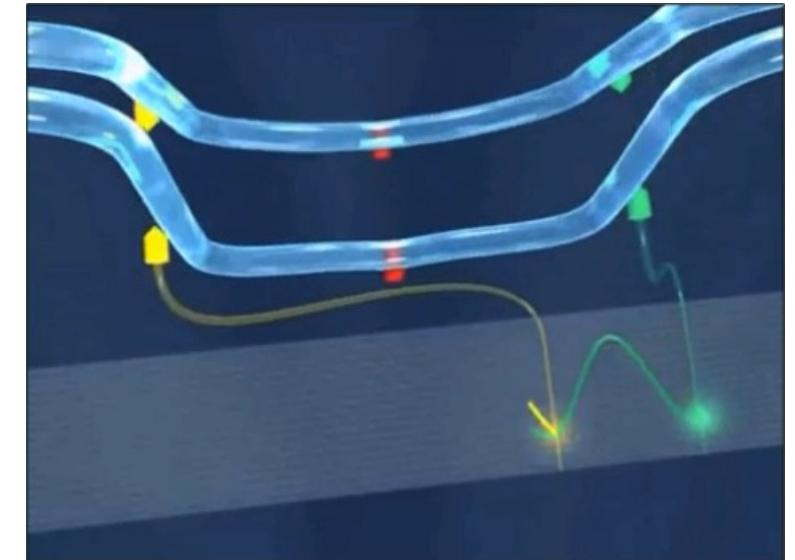
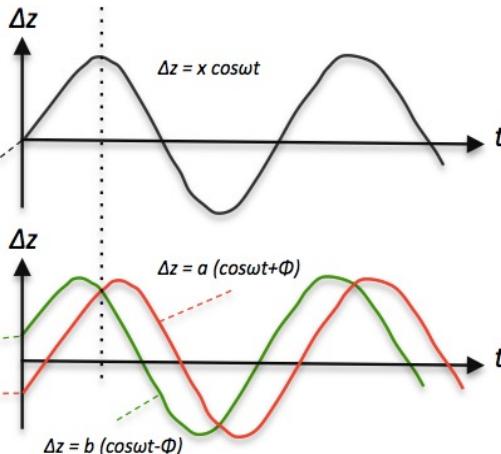
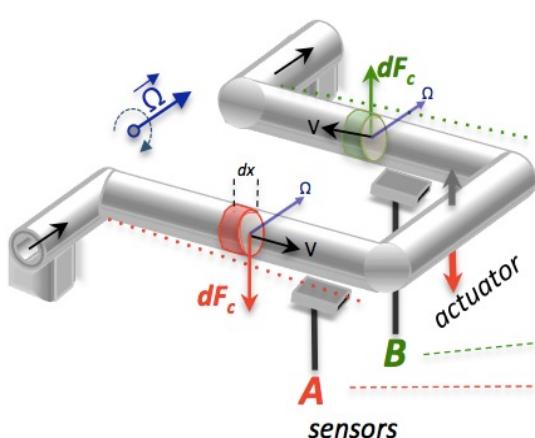
https://en.wikipedia.org/wiki/Coriolis_force

Capteur de débit massique (kg/s) – effet Coriolis

- Un tube avec une boucle est mis en **vibration** avec un actionneur. La boucle vibre en **rotation** partielle Ω autour de l'axe principal du tube (mouvement *périodique* de va et vient)
- Toute portion de fluide *en mouvement* à l'intérieur des tubes perpendiculaires à la vitesse angulaire subit une **force de Coriolis** proportionnelle à sa vitesse moyenne.
- Les forces de Coriolis perturbent le mode de vibration et provoquent une **asymétrie** (torsion) du mode de vibration, donc déphasage des déplacements mesurés en A et B



Capteur de débit massique- effet Coriolis



2 tubes en opposition pour éviter vibrations

La vitesse angulaire change de sens à chaque demi-cycle.

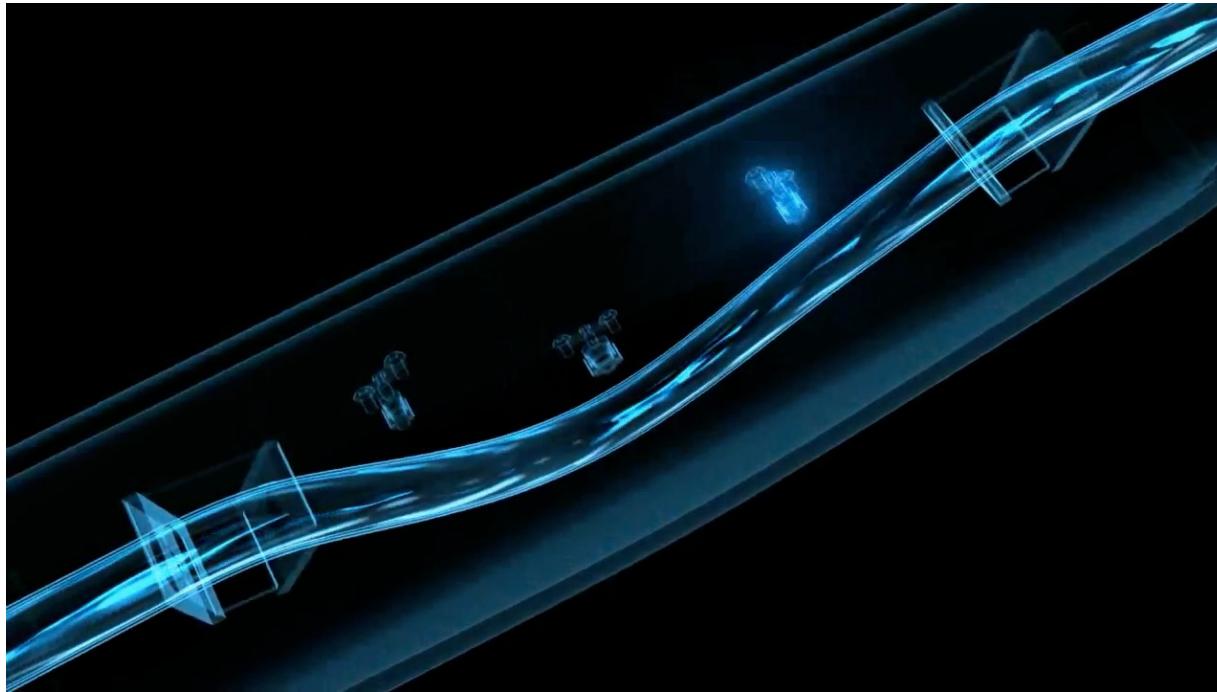
La force Coriolis a des effets opposés sur les deux bras
 - Un côté est “retardé” dans son mouvement
 - L'autre côté est “en avance” dans son mouvement

D'où un déphasage entre les capteurs aux points A et B.

<https://www.ch.endress.com/en/field-instruments-overview/flow-measurement-product-overview/coriolis-mass-flowmeters>

Capteur de débit massique- effet Coriolis

Endress+Hauser 



- **Densité** du liquide: donnée par *fréquence de résonance*
- **Flux** du liquide: donné par *déphasage* entre les 2 branches

Débit massique: Utile par exemple pour gaz chargé de vapeur, et pour contrôle procédés, car débit volumique dépend de la pression

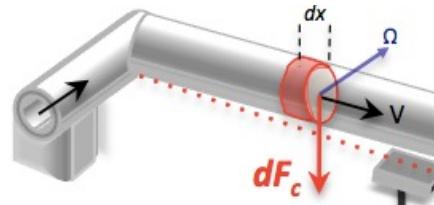
<https://www.ch.endress.com/en/field-instruments-overview/flow-measurement-product-overview/coriolis-mass-flowmeters>

Chapitre 9 - partie 4

Capteur de débit *massique* Coriolis

La force de Coriolis qui s'applique sur un élément de fluide est donnée par :

$$d\vec{F}_c = 2\rho Adx \cdot \vec{\Omega} \times \vec{v} \quad dF_c = 2\rho Adx \cdot \Omega \cdot v$$



v : vitesse du flux
 ρ : densité
 A : surface de section de tube
 Ω : vitesse angulaire
 L : longueur du tube \perp

Si on l'exprime en fonction du débit massique = masse de fluide écoulée par unité de temps :

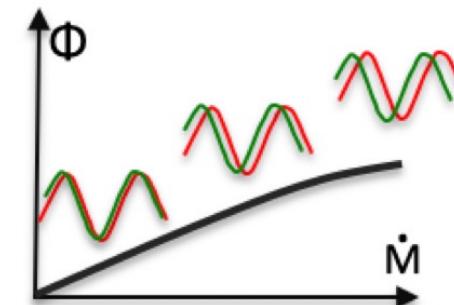
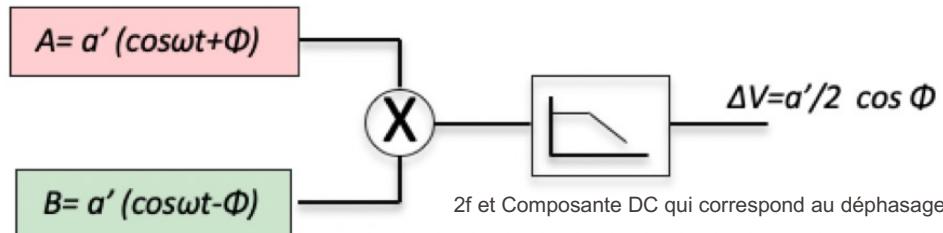
$$\dot{M} = D_{débit} \cdot \rho = v \cdot A \cdot \rho$$

La force sur un bras est:

$$F_c = 2\dot{M} \Omega L$$

Ω n'est pas constante, car oscillation périodique, pas une rotation

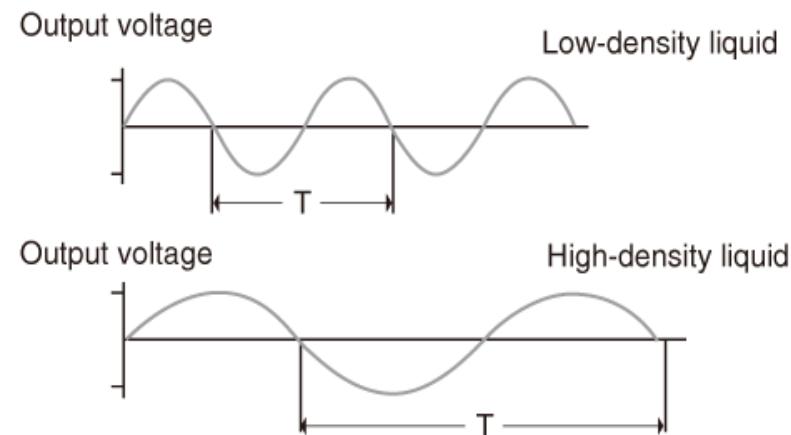
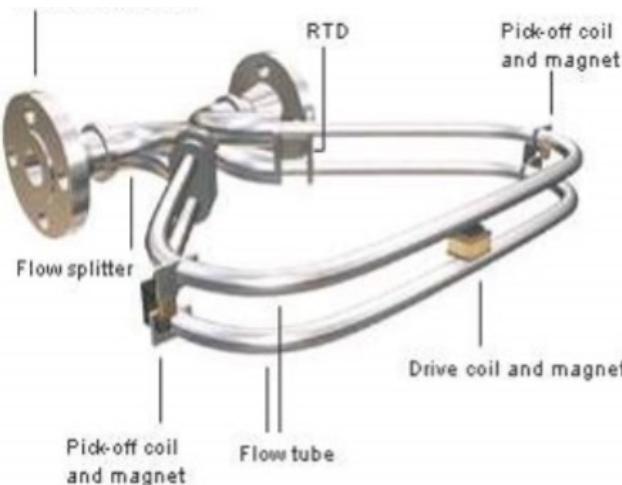
La perturbation du mode de vibration est donc proportionnelle au **débit massique** du fluide dans le tube. On observe cet effet sous la forme d'un déphasage entre le signal des capteurs A et B (le déphasage est nul si le débit est nul).

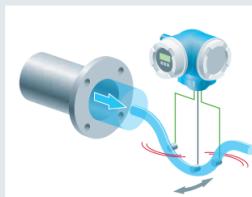


La sensibilité dépend des paramètres géométriques et mécaniques du tube. Chaque type de capteur est calibré.

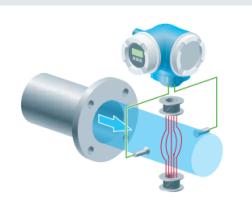
Capteur de débit massique Coriolis

- Excitation: **électromagnétique**
- Capteur: **inductif**, capacitif ou optique
- Mesure du **débit massique** (proportionnel au *déphasage*)
- Mesure aussi la **densité** (changement de la *fréquence propre*)
- Idéal pour des fluides bi-phasiques, chargés, non-conducteurs
- Gamme de mesure: quelques grammes/min à >10 tonnes/min
- Précision : < 0.5 % FS





Coriolis
Page 36



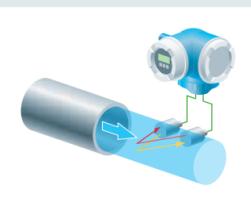
Electromagnetic
Page 40



Vortex
Page 44



Thermal
Page 48



Ultrasonic
Page 52

Liquid applications

Liquids in general (e.g. water)

Very low flow rates < 2 l/h (0.009 gal/min)

Very high flow rates 100 000 m³/h (4.4 × 10⁵ gal/min)

Non-conductive liquids

Viscous liquids (> 50 cP)

Cryogenic fluids (e.g. liquefied natural gas)

Hygienic applications

Gas/steam applications

Gas flow in general (e.g. natural gas, air)

Wet/dirty gases (e.g. biogas)

Low flow rates (< 20 l/min)

High flow rates

Steam

Special applications

Slurries, suspended solids

Liquid/liquid mixtures (e.g. oil/water)

Liquid/gas mixtures (e.g. water/air)

Corrosive liquids (e.g. acids, alkalis)

Corrosive gas flows (e.g. HCl vapor)

Applications in mining (e.g. ore slurry)

Bidirectional metering (forward/reverse)

Measurement from outside (no process interruption)

Range of applications

Nominal diameters

✓✓

✓✓

✓✓

✓

✓✓

✓✓

Process pressure

DN 1 to 400 (1/24 to 16")

DN 2 to 3000 (1/12 to 120")

DN 15 to 300 (1/2 to 12")

DN 15 to 1500 (1/2 to 60")

DN 15 to 4000 (1/2 to 160")

Process temperature

max. 400 bar (5802 psi)

max. 160 bar (2321 psi)

max. 250 bar (3626 psi)

max. 40 bar (580 psi)

Depending on sensor

-196 to +350 °C (-321 to +662 °F)

-40 to +180 °C (-40 to +356 °F)

-200 to +450 °C (-328 to +842 °F)

-40 to +180 °C (-40 to +356 °F)

-40 to +200 °C (-40 to +392 °F)

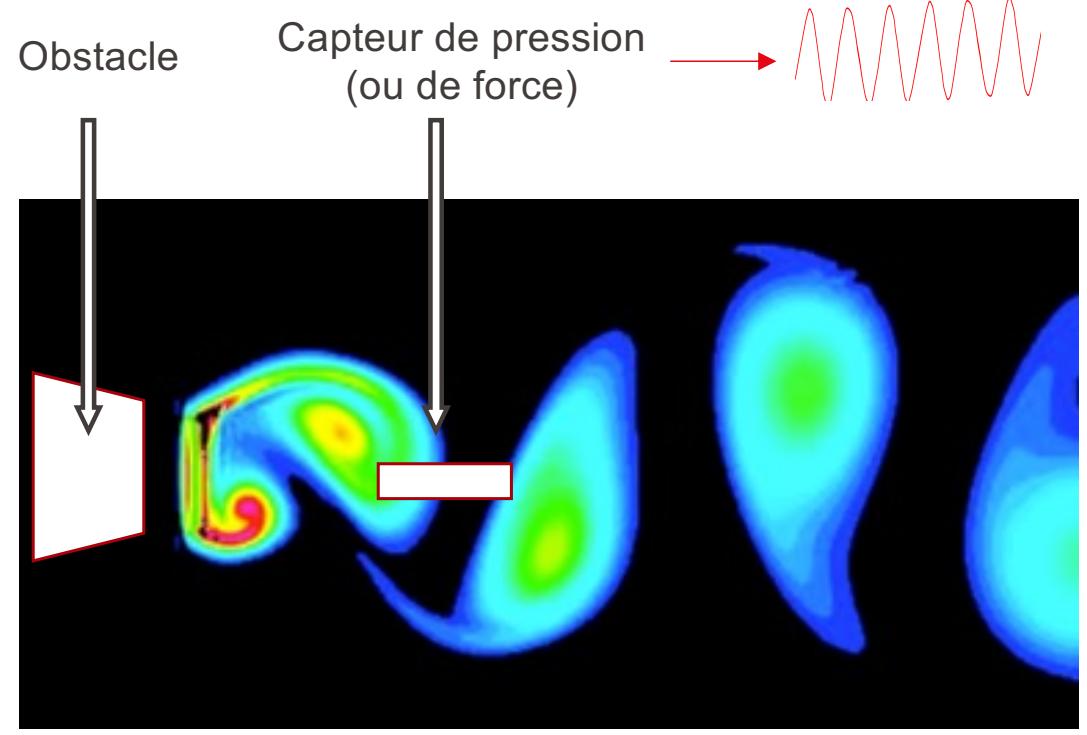
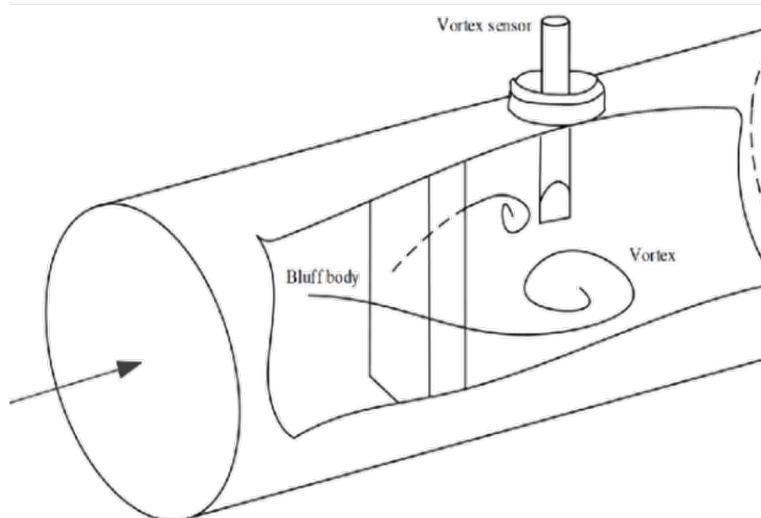
✓✓ suitable; ✓ suitable with limitations (depending on the application, device design and material); ✗ not suitable

https://portal.endress.com/dla/5001134/8002/000/05/FA00005DEN_2021.pdf

Capteurs de débit à vortex

Tourbillon de Karman provoqué par un **obstacle** dans le tube.

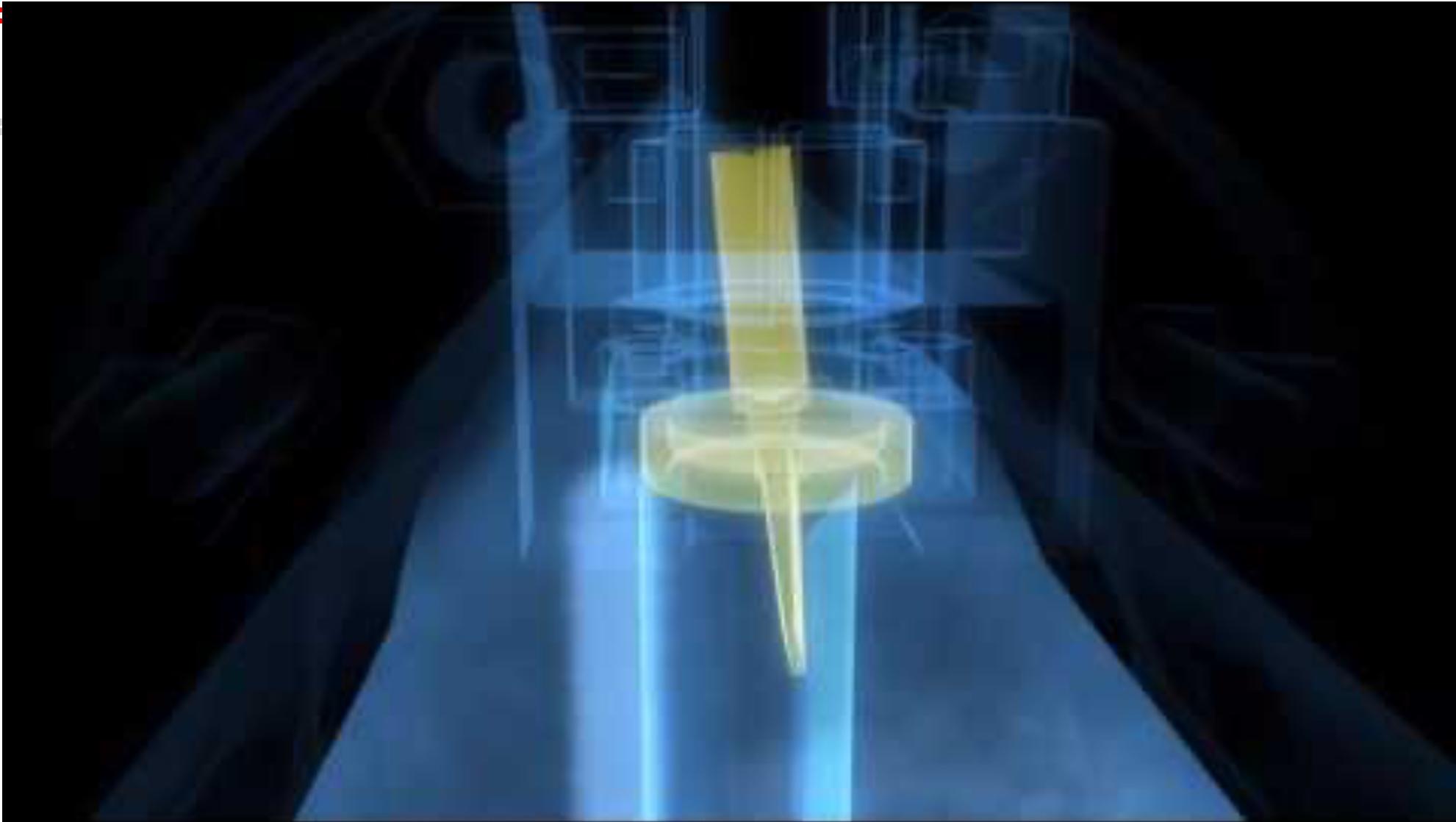
La fréquence des oscillations est proportionnelle vitesse du flux.



Couleur = pression

Kármán vortex street

Chapitre 9 - partie 4



<https://youtu.be/GmTmDM7jHzA?si=GLCizHZWXjhBSgXI>

Capteurs de débit à vortex

Le nombre de **Strouhal** exprime la relation entre la fréquence des vortex et la vitesse du fluide.

$$S_{STR} = f \cdot \frac{D_c}{v}$$

f fréquence d'oscillation

D_c diamètre (ou largeur) de l'obstacle

v vitesse du flux

$$v = \frac{D_c}{S_{str}} \cdot f$$

Débit mesuré

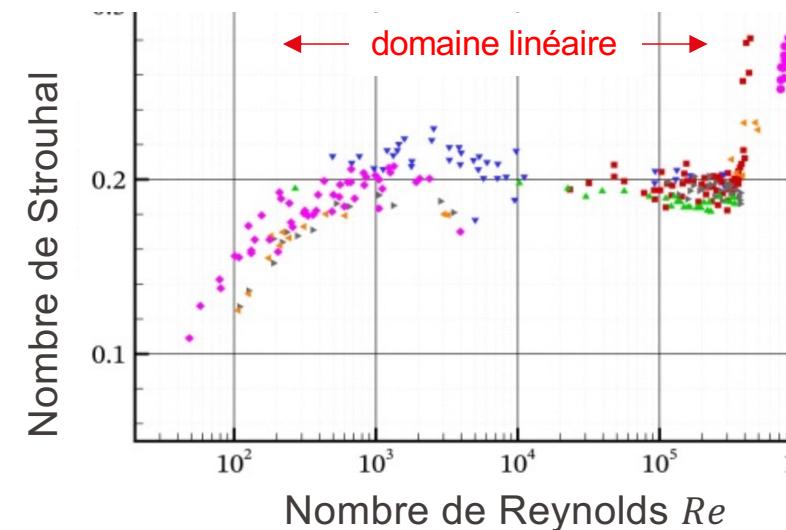
$$Q = \alpha \cdot \pi R^2 \cdot v = \alpha \cdot f \frac{\pi R^2 D_c}{S_{str}}$$

Q débit

R rayon du tuyau

v vitesse du flux

α facteur de correction (obstacle...)



Pour un obstacle triangulaire (infiniment long), le nombre de Strouhal est $S_{str}=0.18$ pour Re compris entre 300 et 300'000.

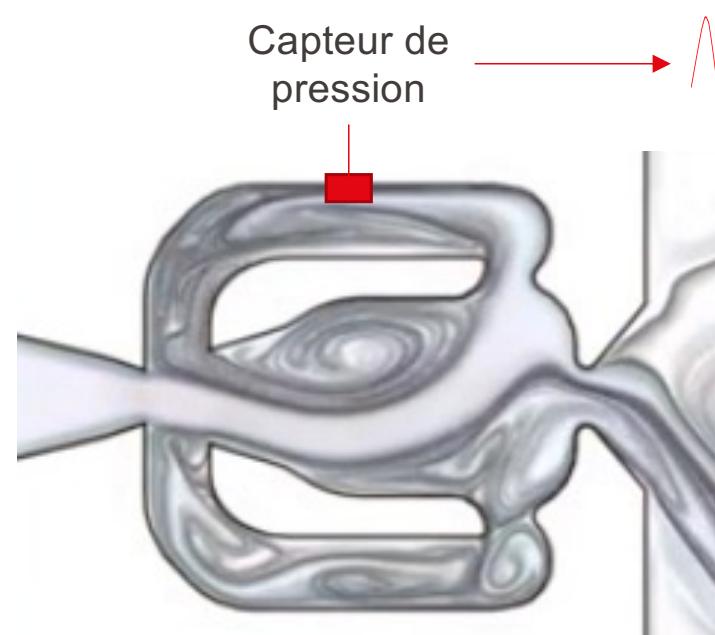
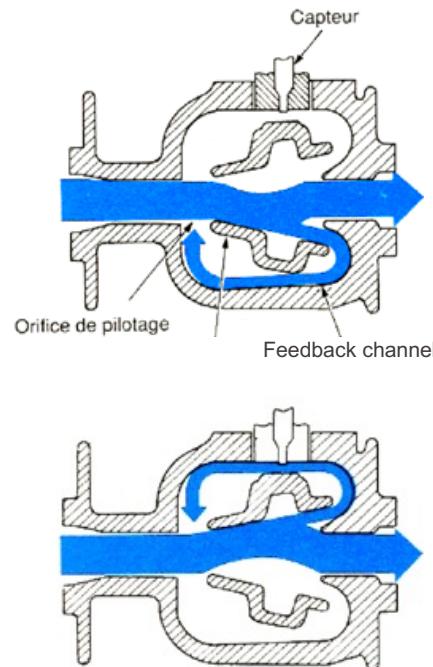
Valable pour grande gamme de viscosité.

$$Re = vL/\eta$$

V: vitesse [m/s]
L: longueur [m]
 η : kinematic viscosity [m^2/s]

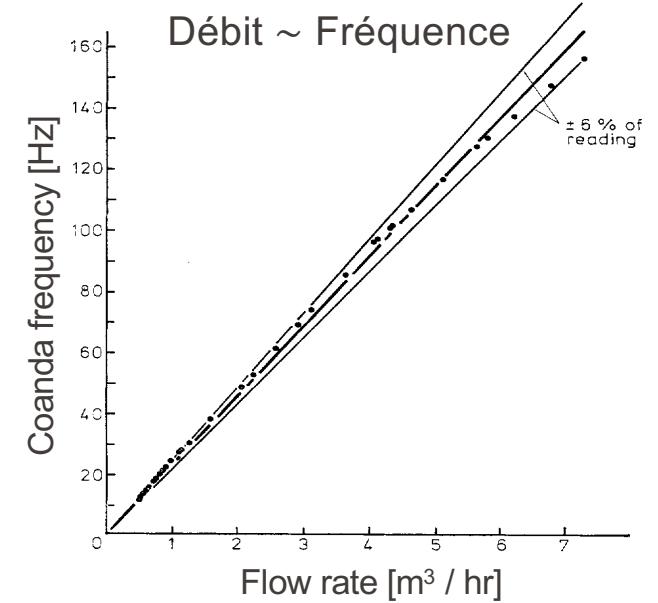
Débitmètre effet Coanda (pour gaz)

- Mesure de la **fréquence des oscillations** par la pression dans une des deux lignes de contre-réaction fluidique
- Fréquence proportionnelle au débit



Capteur de pression →

$$f \propto V/L$$



Application : mesure du débit de gaz pour les habitations
Aucune pièce mobile, pas de risque d'explosion

H. Wright, The Coanda meter-a fluidic digital gas flowmeter. *J. Phys. E: Sci. Instrum.* **13**, 433–436 (1980).

Coanda effect

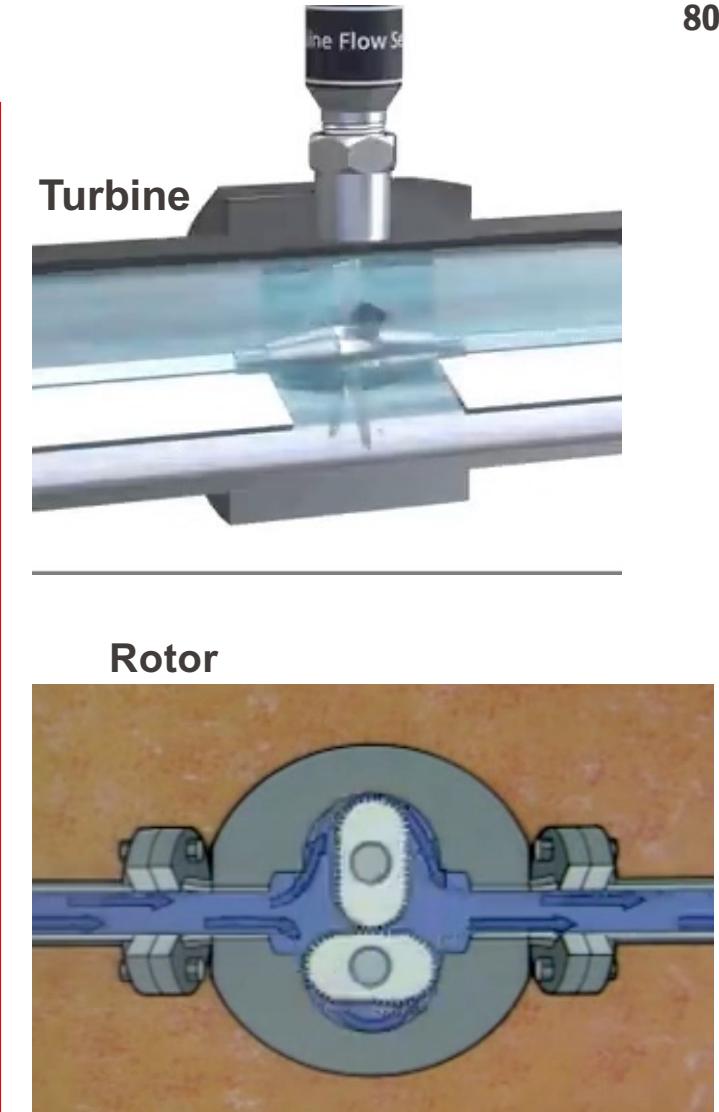
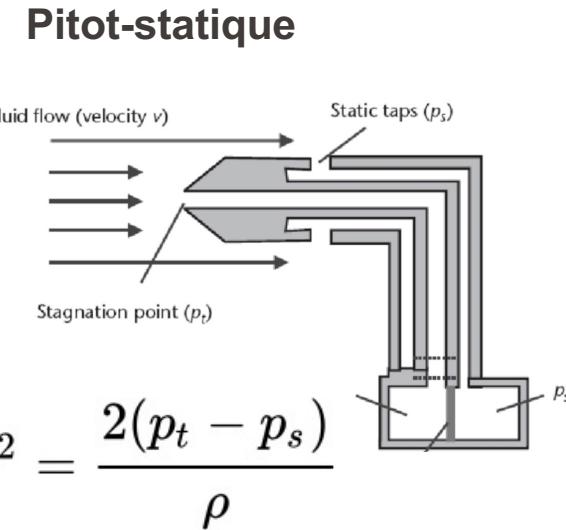
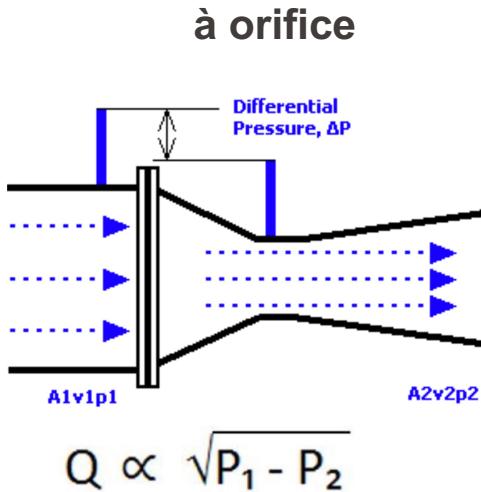


<https://www.youtube.com/watch?v=NvzXKZNJ7ZU>

Rappel: autres capteurs de débit

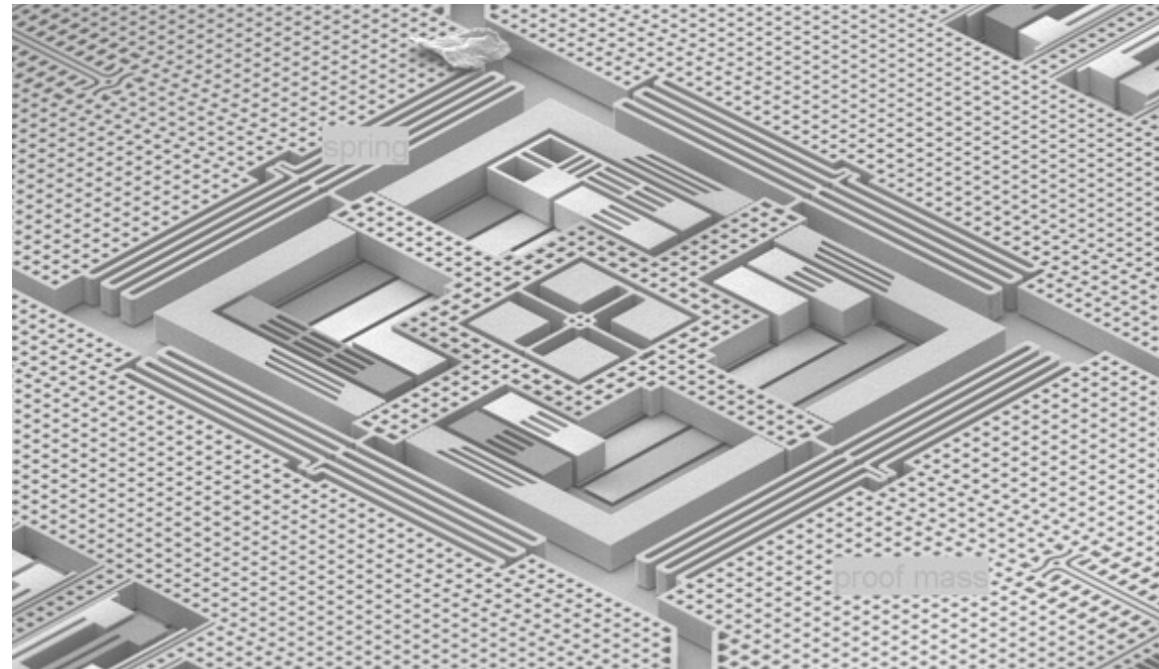
- Transfert thermique
- Ultrasonique à temps de vol
- Ultrasonique Doppler

Pression différentielle:



Chapitre 9 - Capteurs résonants

Partie 5 : Gyroscopes MEMS



ST Microelectronics

Gyro: mesure vitesse angulaire. °/s ou rad/s



Input devices



Electronic stability control (ESC)



Inertial navigation



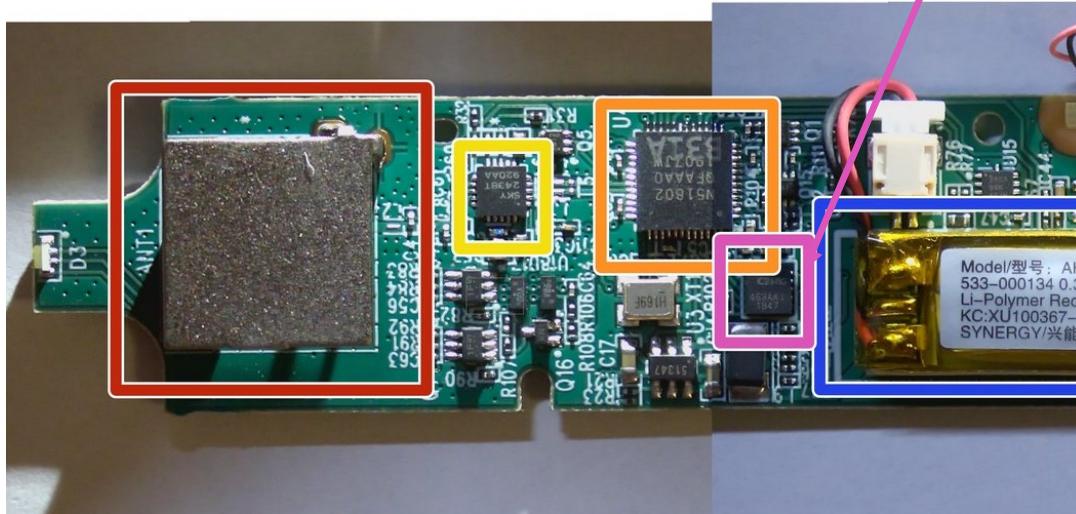
Head/body tracking for HMI

Table 8.2 Typical Applications for Micromachined Gyroscopes

<i>Application</i>	<i>Bandwidth</i>	<i>Resolution</i>	<i>Dynamic Range</i>
Automotive			
Rollover protection	0–100Hz	<1°/sec	±100°/sec
Stability and active control systems	0–100Hz	<0.1°/sec	±100°/sec
Inertial navigation	0–10 Hz	<10 ⁻⁴ °/sec	±10°/sec
Platform stabilization (e.g., for video camera)	0–100 Hz	<0.1°/sec	±100°/sec
Virtual reality (head-mounted displays and data gloves)	dc–10 Hz	<0.1°/sec	±100 °/sec
Pointing devices for computer control	dc–10 Hz	<0.1°/sec	±100°/sec
Robotics	dc–100 Hz	<0.01°/sec	±10°/sec

“MEMS Mechanical Sensors”,
by Stephen Beeby, Ensell, Kraft, White
ISBN: 9781580535366, 2004

Logitech Spotlight



4.4. BLOCK DIAGRAM

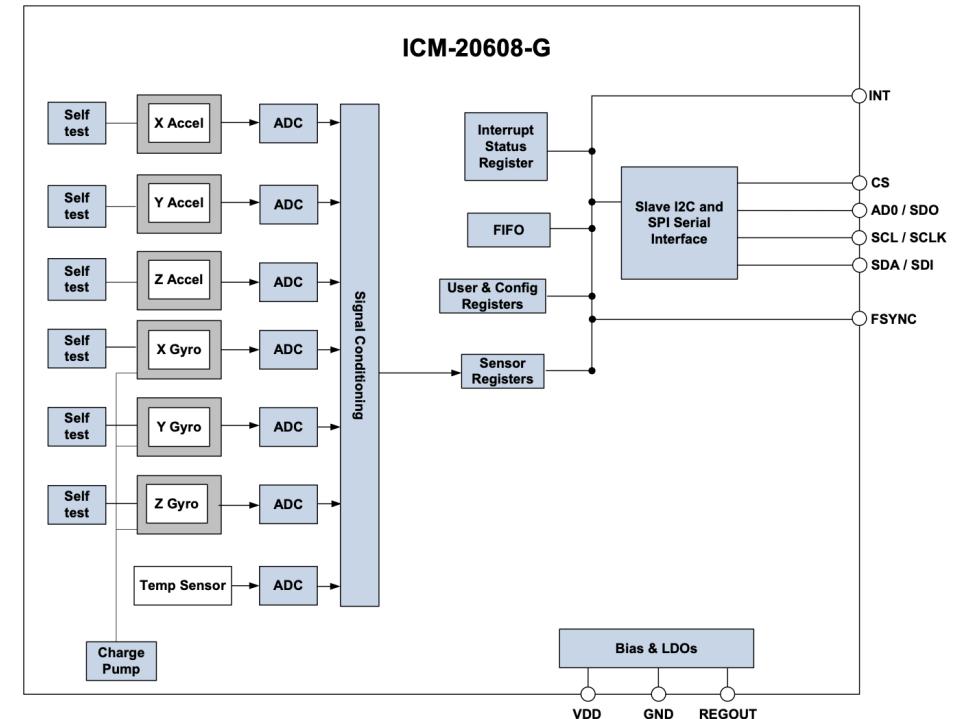
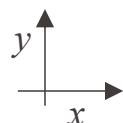
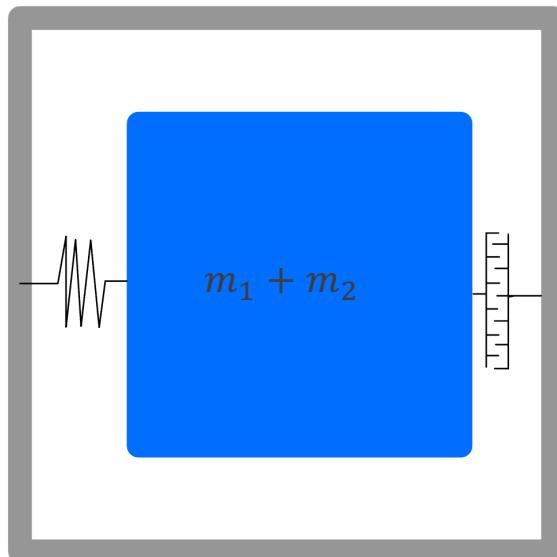


Figure 6. ICM-20608-G Block Diagram

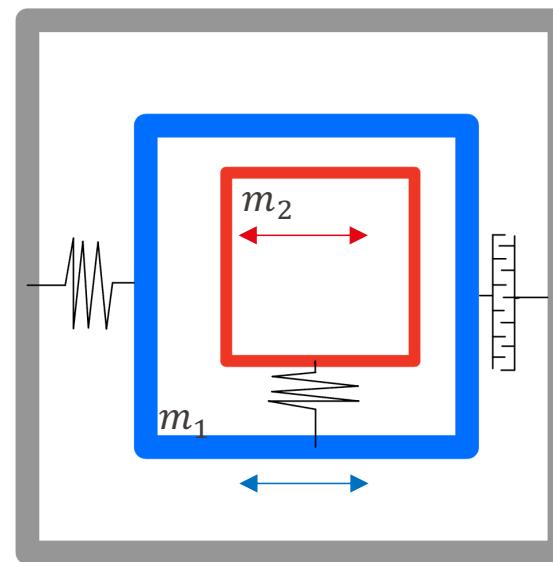
Gyromètres oscillants (2 modes en translation)

Principe: couplage du mode d'excitation sur un mode orthogonal via la **force de Coriolis, due à une rotation autour de l'axe z**

La mesure l'amplitude du mode orthogonal (ici y) permet de mesurer la vitesse angulaire



Mode d'excitation (direction x)
On actionne périodiquement dans ce mode (ici avec un Comb drive)

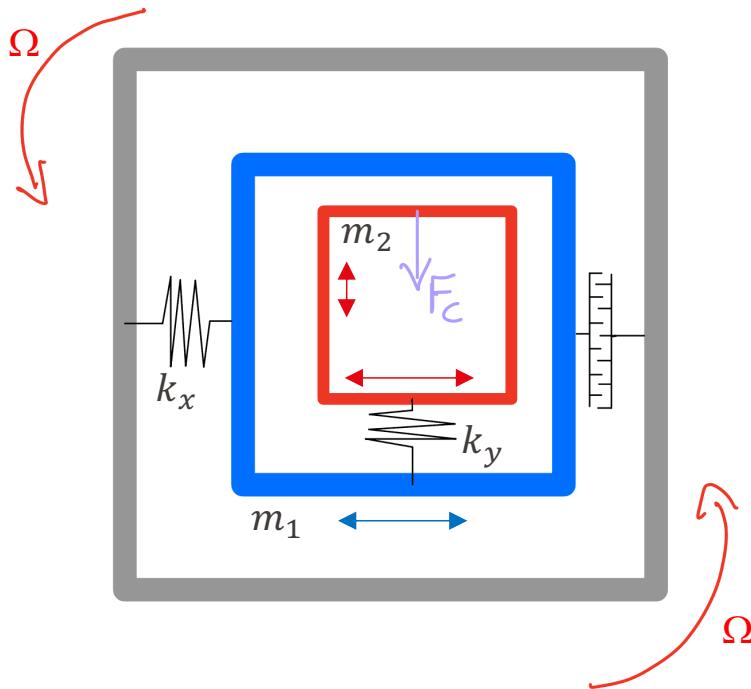


En actionnant m_1 selon x, on excite aussi m_2 selon x

Sans rotation (axe z), m_1 et m_2 ne bougent qu'en x, et sont en phase.

- m_1 peut bouger en x
- m_2 peut bouger en x et en y

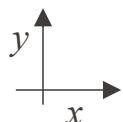
Gyromètres oscillants (2 modes en translation)



En actionnant périodiquement m_1 selon x , on excite aussi m_2 selon x .

S'il y a une vitesse angulaire $\vec{\Omega}$ (rotation autour de l'axe z), alors m_2 bougera périodiquement aussi selon y , du à la force de Coriolis selon axe y (périodique)

On mesure le mouvement de m_2 en y , qui est proportionnel à $\vec{\Omega}$

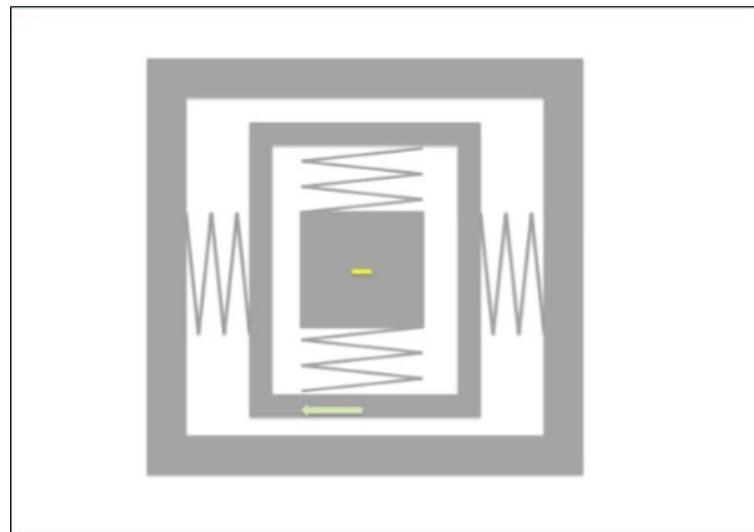


$$\mathbf{F}_{cor} = -2 m (\vec{\Omega} \times \mathbf{v})$$

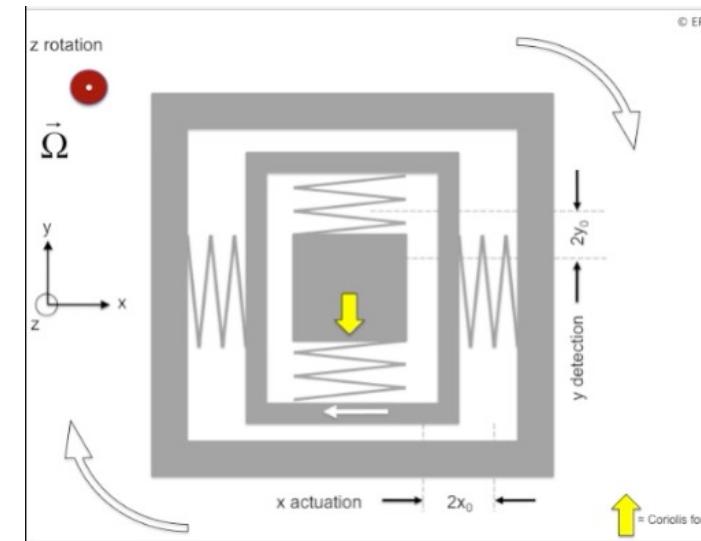
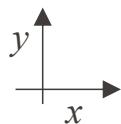
Gyromètres oscillants (2 modes en translation)

Principe: couplage du mode d'excitation sur un mode orthogonal via la **force de Coriolis, due à une rotation autour de l'axe z**

La mesure l'amplitude du mode orthogonal (ici y) permet de mesurer la vitesse angulaire

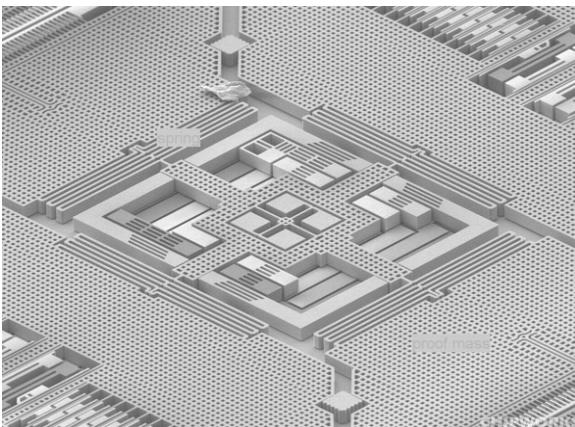


Mode d'excitation (direction x)
On actionne dans ce mode
«drive mode»

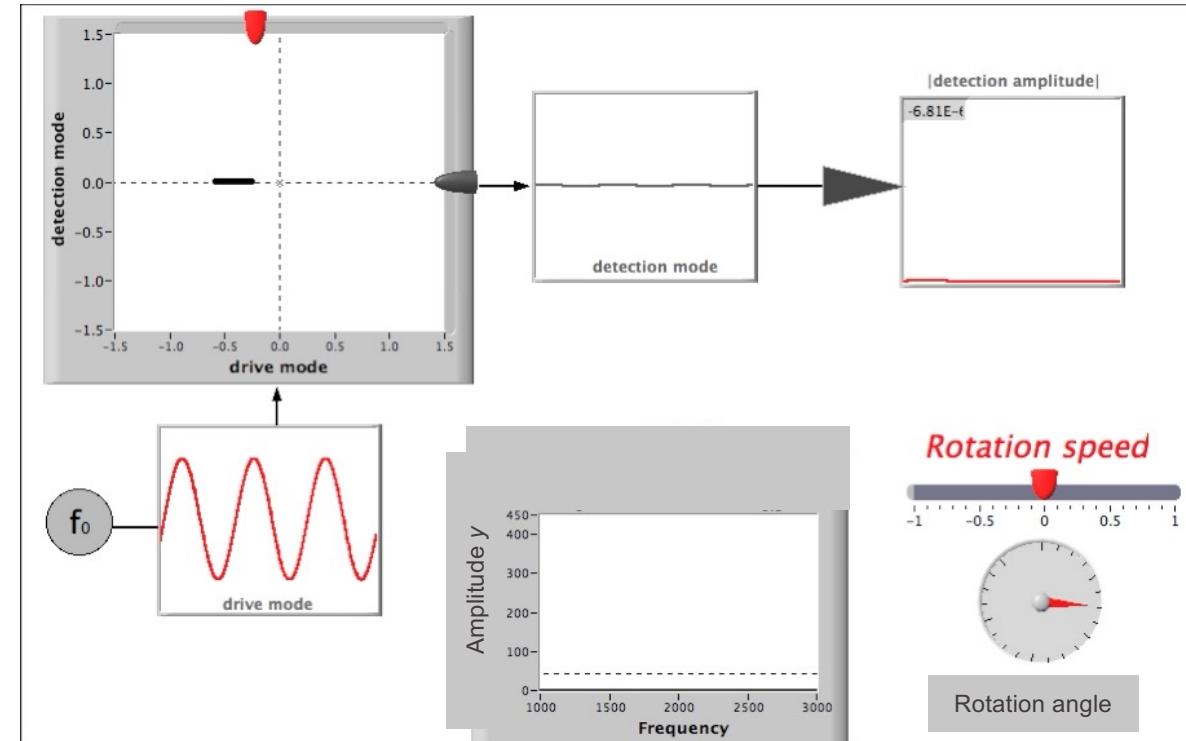


Mode de mesure (direction y)
Ce mode de m_2 n'est excité que lorsqu'il y a une rotation autour de l'axe z
On mesure ce mode: «detection mode»

Gyromètres oscillants (modes en translation)



$$\mathbf{F}_{cor} = -2 m_2 (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v})$$



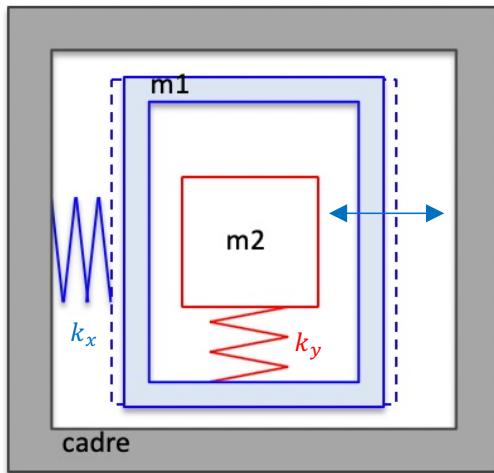
Gyromètres oscillants: modes en translation

Mode d'excitation (direction x)

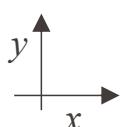
On impose une Force $F = F_0 \cos(\omega_1 t)$ sur m_1 , à la fréquence de résonance ω_1

$$x(t) = x_0 Q_x \cos(\omega_1 t)$$

$$|x_0| = \frac{F_0}{k_x}$$



$x_{m1} = x_{m2}$
Même déplacement en x pour m_1 et m_2



$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_x}{m_1 + m_2}}$$

$$x(t) = \frac{F_0 Q_x}{k_x} \cos(\omega_1 t)$$

$$v_x(t) = \frac{F_0 Q_x}{k_x} \omega_1 \sin(\omega_1 t)$$

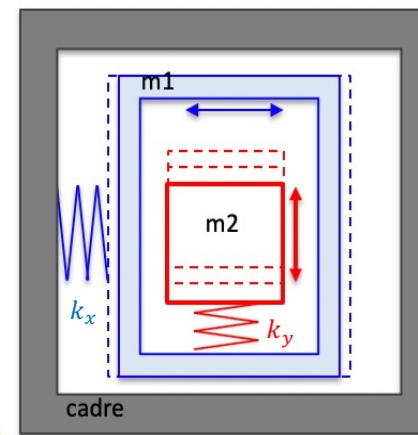
Q_x : facteur Q selon x
 Q_y : facteur Q selon y

Mode de détection (direction y)

Excitation du mode y de m_2 par la rotation $\Omega \vec{e}_z$

$$\vec{F}_Y = -2 m_2 \vec{\Omega} \times \vec{v}_x$$

Force de Coriolis
sur m_2



Pour simplifier, ici on prendra
 $k_x = 2 k_y$ et $m_1 = m_2$ afin
d'avoir $\omega_1 = \omega_2$, alors:

$$F_Y(t) = F_Y \cos(\omega_1 t + \varphi)$$

$$y(t) = |y| \cos(\omega_1 t + \varphi)$$

$$|F_Y| = 2m_2 \Omega \frac{F_0 Q_x}{k_x} \omega_1$$

$$|y| = 2 \frac{\Omega F_0 Q_x}{k_x} Q_y \frac{m_2}{k_y} \omega_1$$

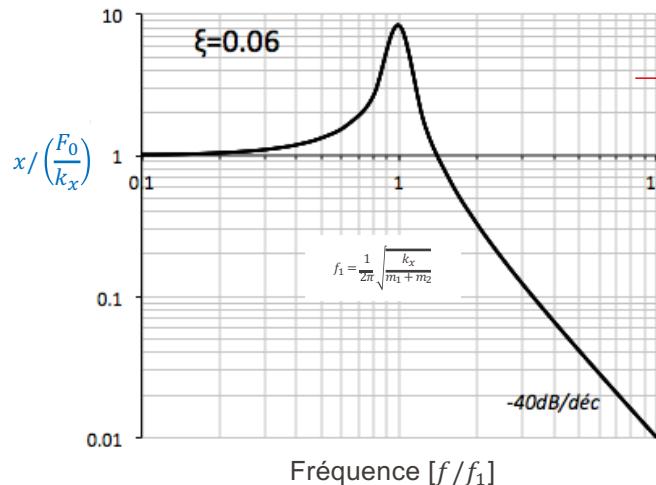
$$|y| = 2 \Omega x_0 \omega_1 Q_x Q_y \frac{m_2}{k_y}$$

$$|y| = 2\Omega \frac{x_0 Q_x Q_y}{\omega_1}$$

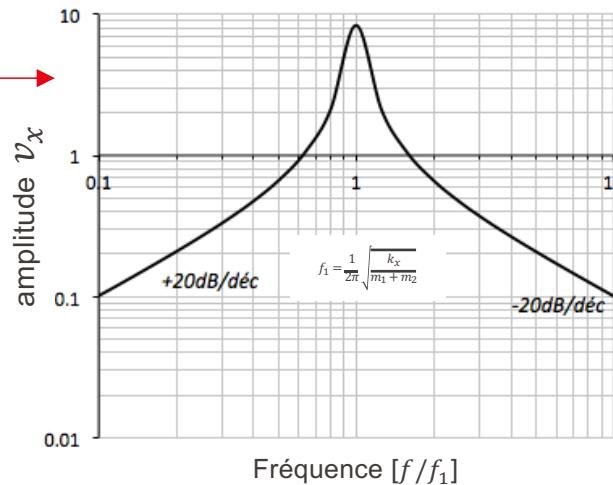
-
-
- Que se passe-t-il si $\omega_1 \neq \omega_2$?
 - Savons nous fabriquer des MEMS avec $\omega_1 = \omega_2$?
 - Etudions la réponse en fréquence des différents éléments.
Deux systèmes du deuxième ordre couplés

Gyromètres oscillants: modèle dynamique- Réponses en fréquence de x, v, F_{cor}

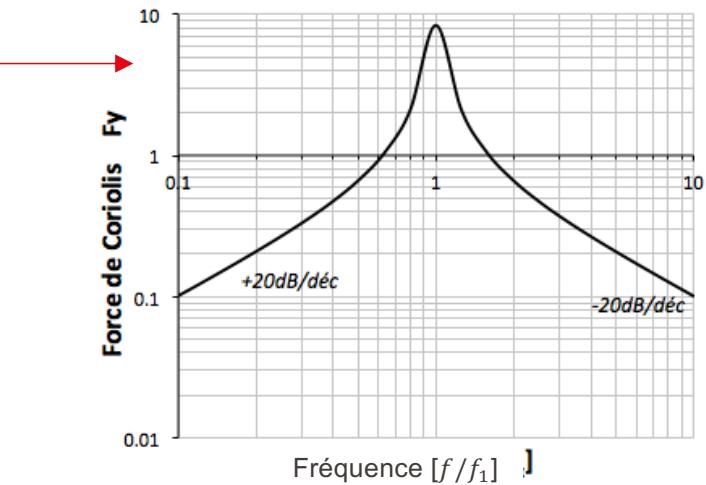
On impose F_0 et Ω , qui sont fixes. Mais on étudie la réponse en fréquence.



Déplacement $x(\omega)$ de m_1 pour une force $F_0 \cos(\omega t)$



Vitesse $v(\omega)$ pour une force $F_0 \cos(\omega t)$



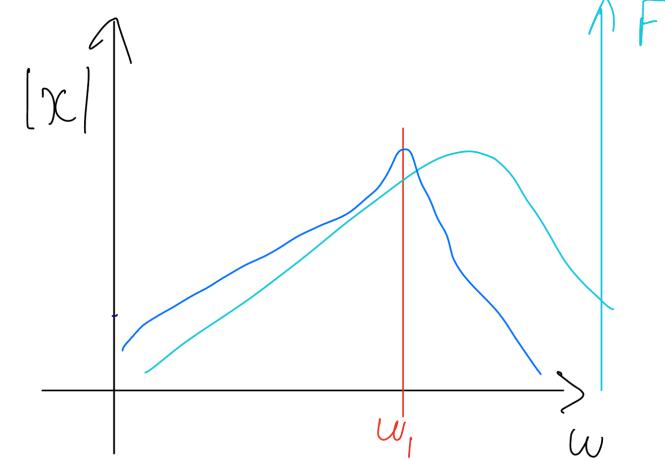
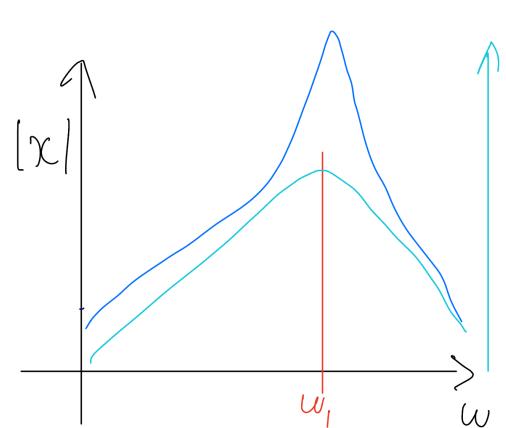
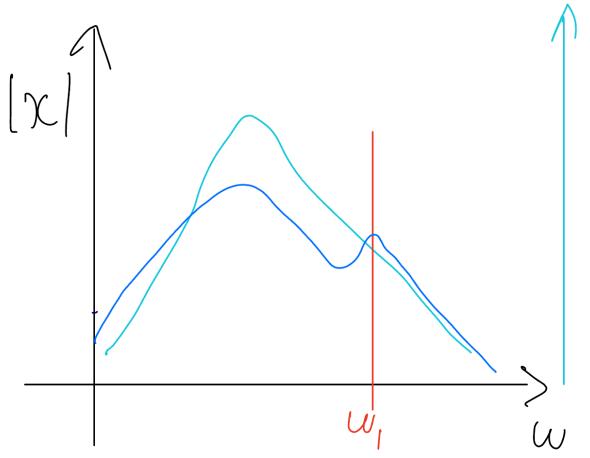
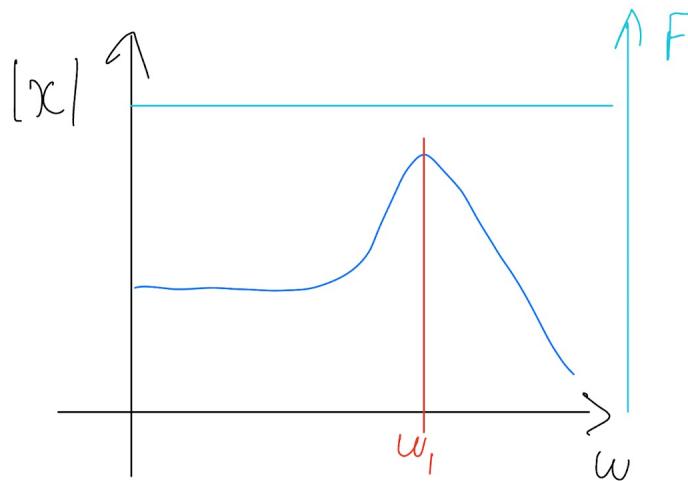
Force $F_{cor}(\omega)$ sur m_2

Et donc: Quel $y(\omega)???$

$$v_x(\omega) = \frac{\omega \cdot x_0}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right)^2 + (2\xi\omega/\omega_1)^2}}$$

$$F_{cor}(\omega) = -2 m_2 \Omega \frac{\omega \cdot x_0}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right)^2 + (2\xi\omega/\omega_1)^2}}$$

$$F_{cor} = -2 m_2 (\Omega \times v)$$



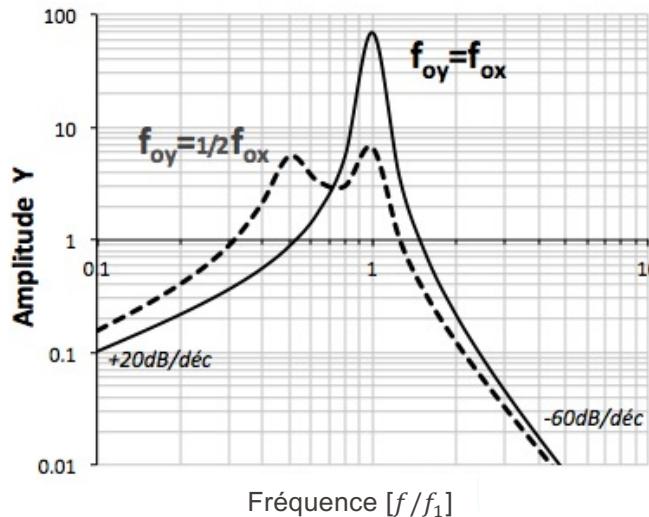
Gyromètres oscillants: modèle dynamique

Le mode y se comporte comme un système de 2^{ième} ordre avec freq propre $\omega_2 = \sqrt{k_2/m_2}$, mais ce mode est actionné par la force de Coriolis qui a un max à freq ω_1

Exemple de 2 cas

a) $\omega_2 = \frac{1}{2} \omega_1$ (traitillé)

b) $\omega_2 = \omega_1$ (continu)



Gyromètres oscillants: modèle dynamique

La sensibilité est **maximale** si les deux modes ont la même fréquence de résonance, $\omega_2 = \omega_1$
On a alors un seul pic de résonance et

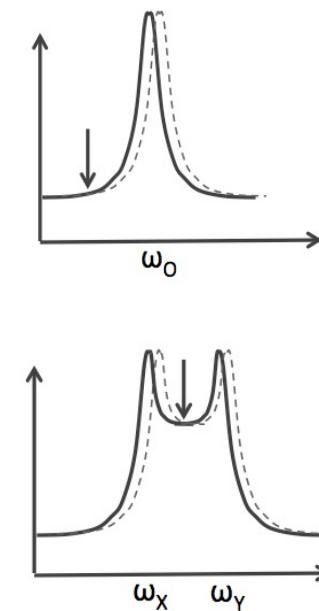
$$|y| = 2\Omega \frac{x_0 Q_x Q_y}{\omega_1}$$

Mais un gyromètre oscillant très bien ajusté (c-a-d les deux oscillateurs à exactement la même fréquence) et de plus avec un haut facteur de qualité, est *extrêmement sensible à toute variation de fréquence propre ou d'amortissement.*

Dans la pratique, on évite cette sensibilité à des perturbations

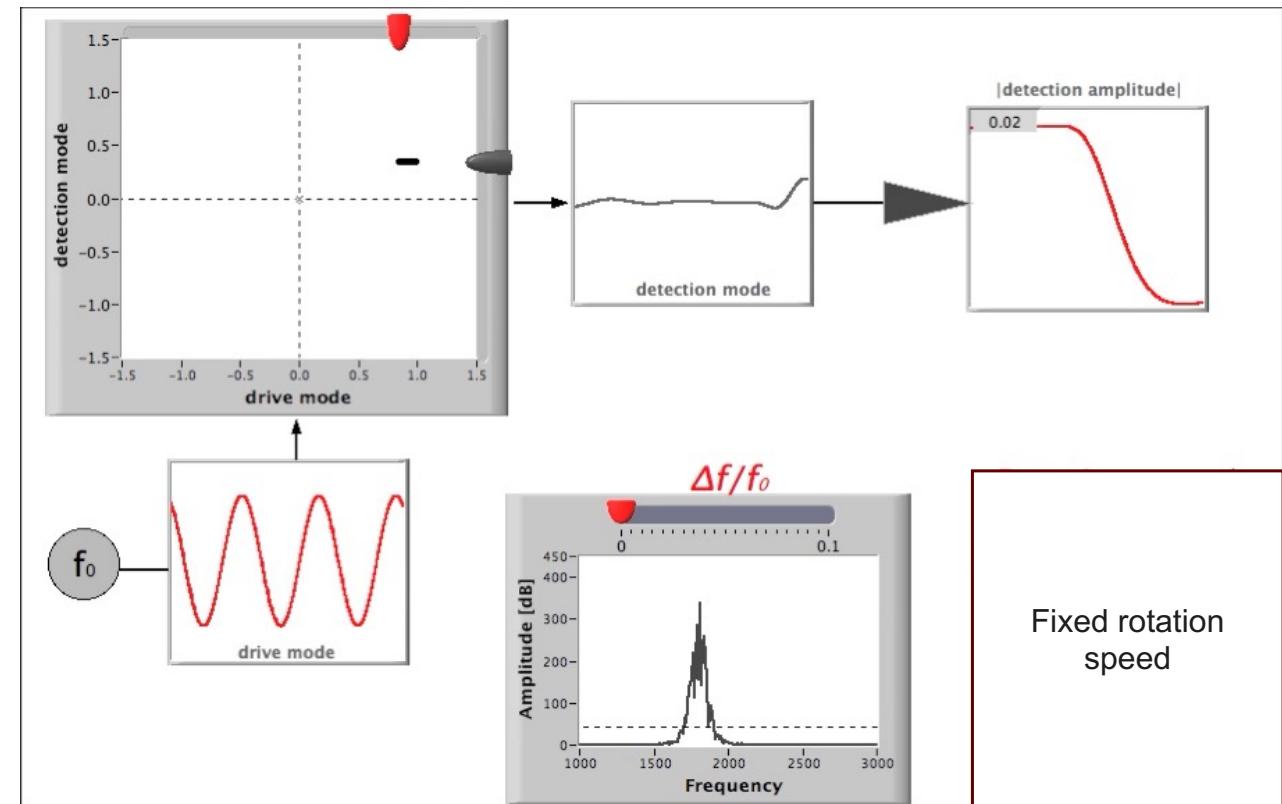
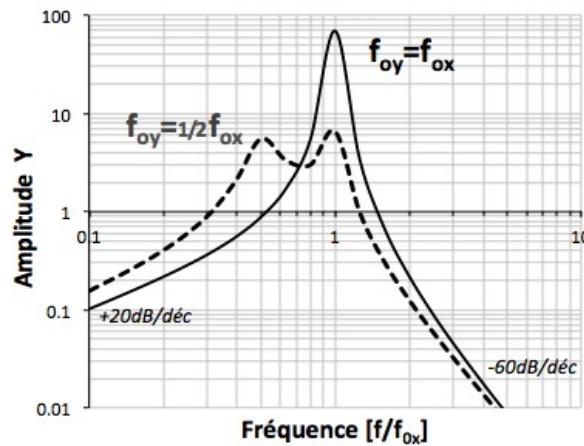
- A. en actionnant le gyromètre légèrement **à côté de sa fréquence propre**
- B. en décalant volontairement les fréquences propres de deux modes et actionnant à la **fréquence centrale**

Ceci mène à une réduction de sensibilité à Ω , mais à une meilleure stabilité dans le temps, température



Gyromètres oscillants: modèle dynamique

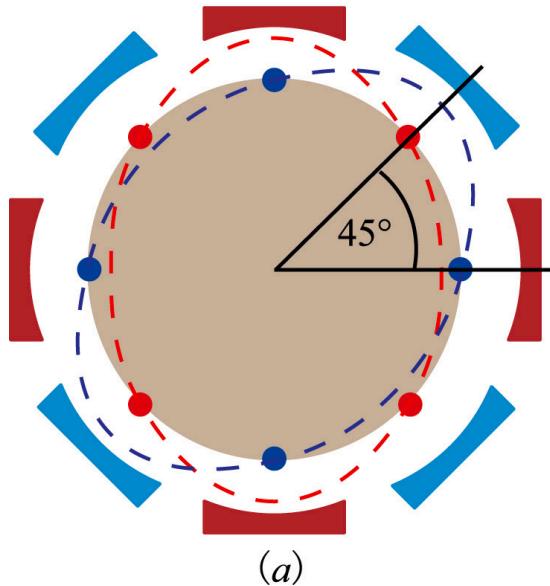
Effet de l'écart Δf de fréquence propre entre mode X et mode Y



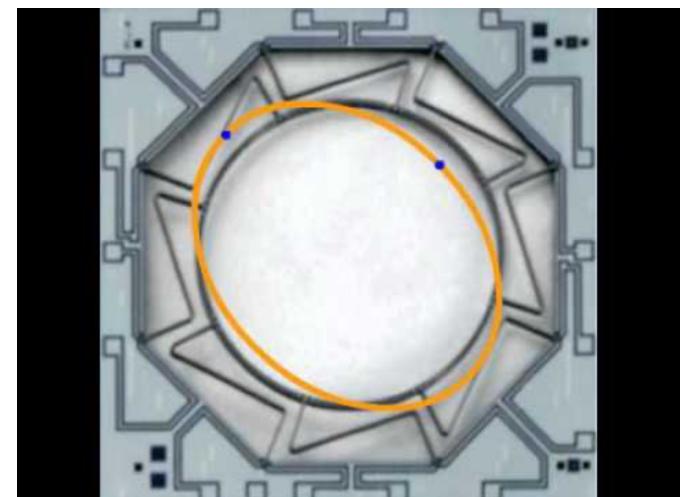
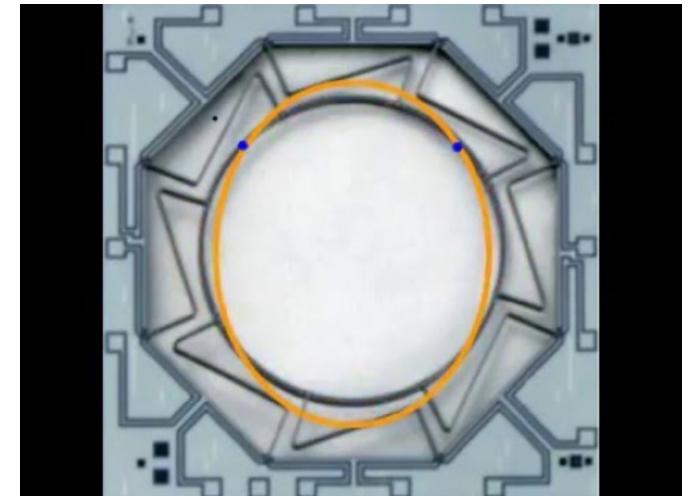
Fixed rotation speed

Gyromètres oscillants: anneau vibrant

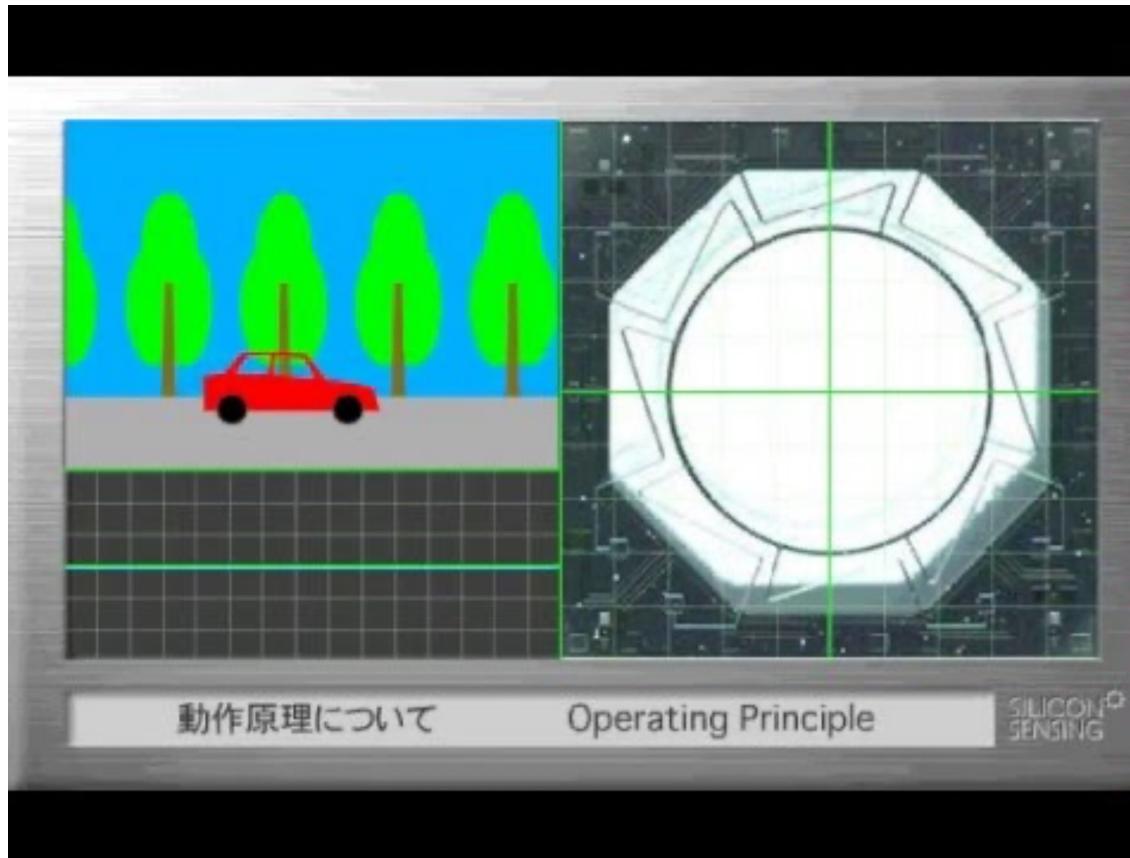
- Anneau



(même fréquence pour les 2 modes)



Gyromètres oscillants: modes d'un anneau



<https://www.siliconsensing.com/technology/mems-gyroscopes/>

Quality Factor scaling with device size

The quality factor is defined as:

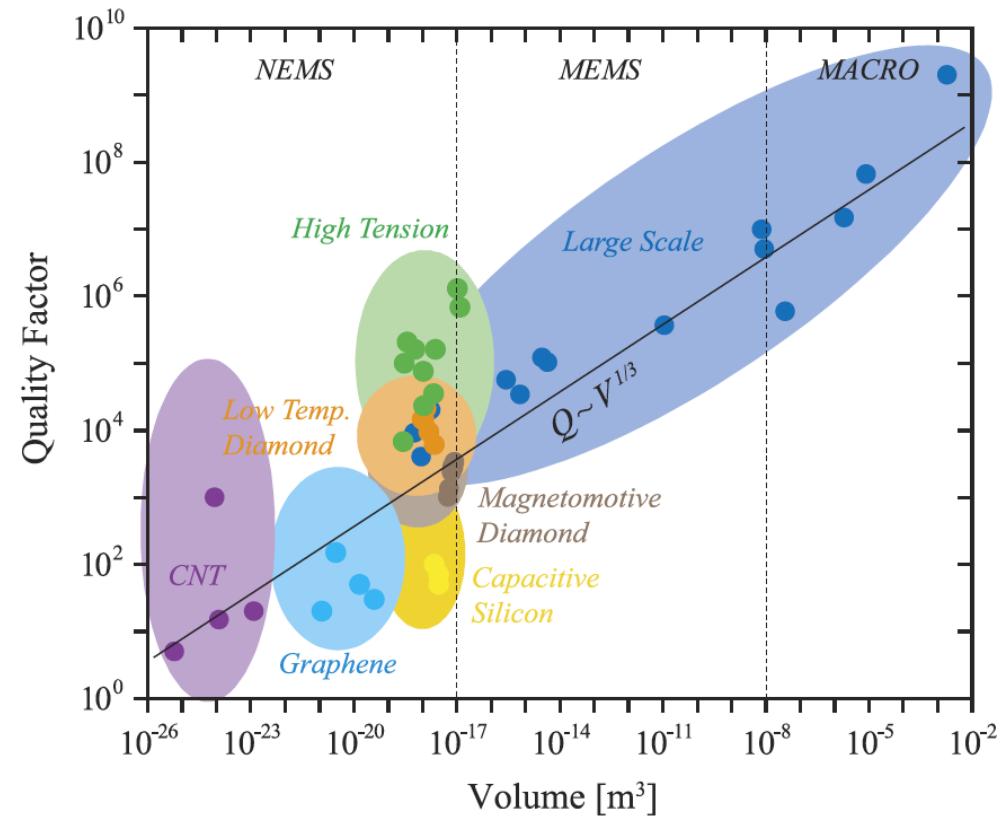
$$Q = 2\pi \frac{\text{energy stored}}{\text{energy lost per cycle}}$$

Q for many loss factors scales as L (typical device dimension)

Q factor depends on:

- Externally
 - Air damping
 - Clamping losses at supports
 - Coupling losses from transducers

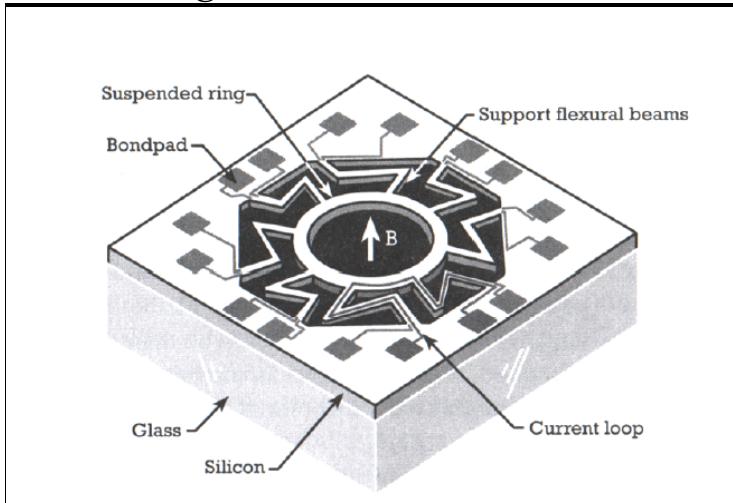
- Internally
 - Thermo-elastic effects from defects in bulk, interfaces, fab-related damage, adsorbates on surface, ...
 - Q often depends on *surface to volume ratio* $\propto L$



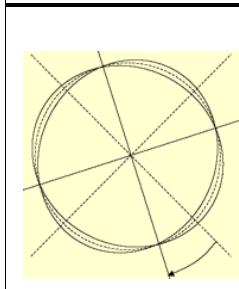
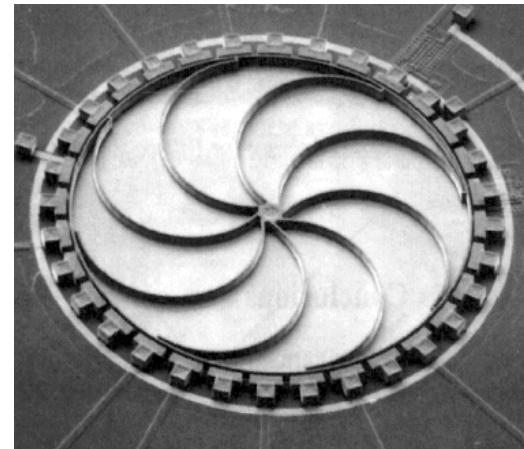
Imboden, M. & Mohanty, P.
Dissipation in nanoelectromechanical systems
Physics Reports **534**, 89–146 (2014).

Resonant Gyro: Comparison between Electromagnetic and Electrostatic actuation and sensing

Electromagnetic transducer :



Electrostatic transducer for comparison :



$$\text{deformation of the ring } x_1 = 0.149 F_1 \frac{R^3}{EJ} = 0.149 F_1 \frac{12R^3}{E.w \cdot h^3} = \frac{F_1}{k}$$

$$k = \frac{E.w}{1.8} \left(\frac{h}{R} \right)^3 = \frac{190 \cdot 10^9 \cdot 10^{-5}}{1.8} \left(\frac{10}{1000} \right)^3 = 1 Nm^{-1} \text{ (+ add suspensions)}$$

CRS angular-rate sensor from Silicon Sensing Systems

A Samarium-Cobalt permanent magnet mounted inside the package provides a magnetic field perpendicular to the plane of the circle

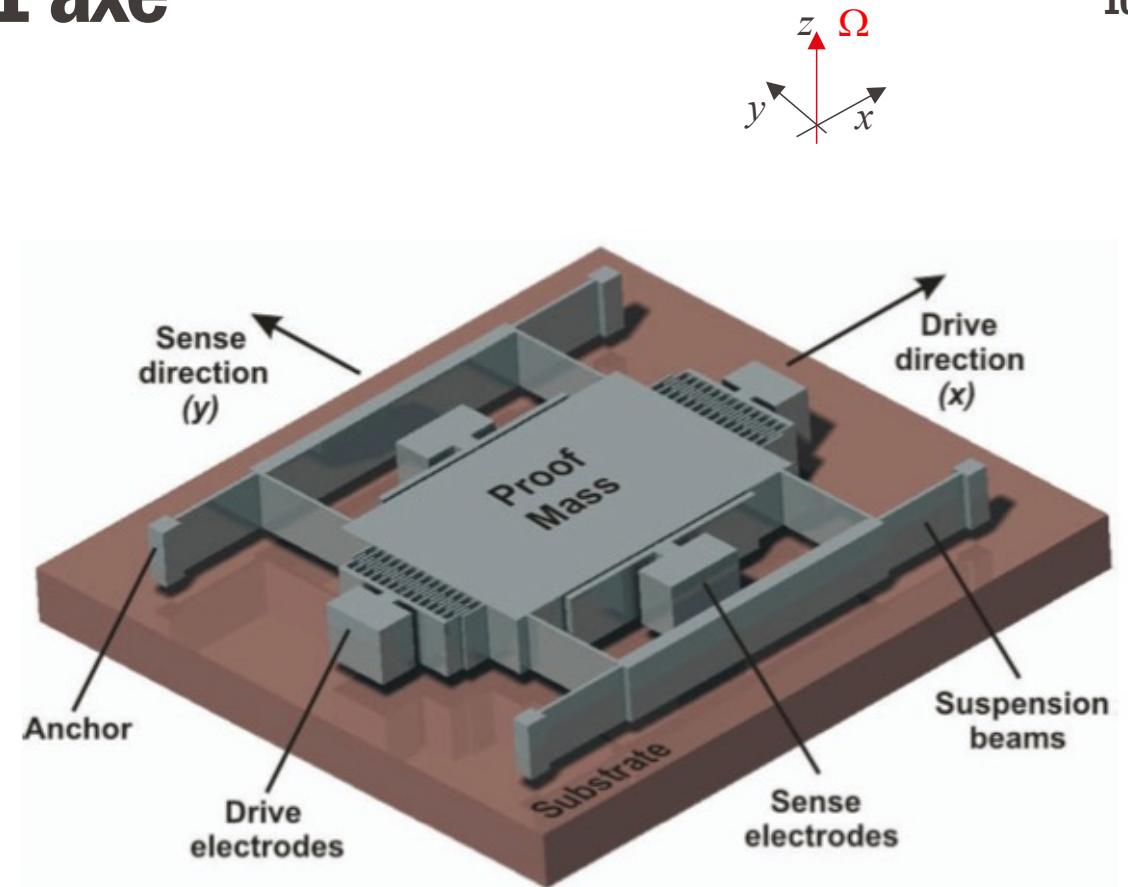
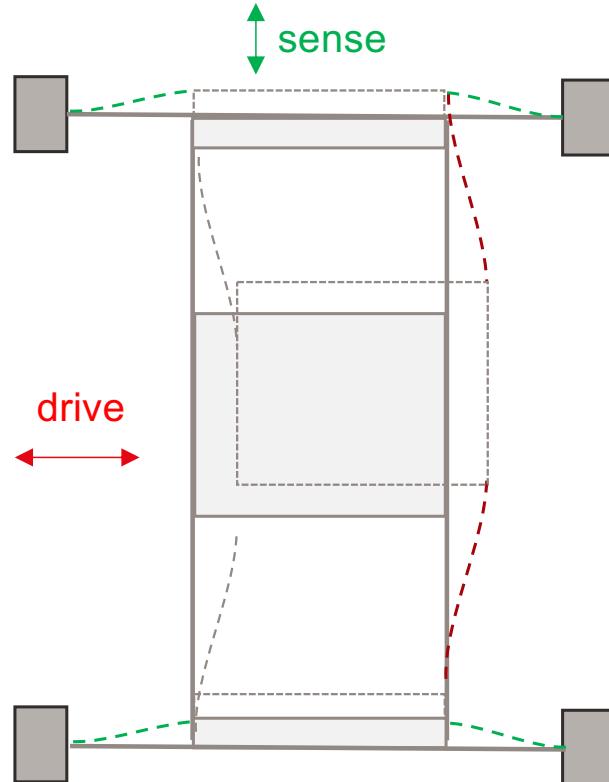
F. Ayazi, et al., Journal Of Microelectromechanical Systems, Vol. 10, 2001 "A HARPSS Polysilicon Vibrating Ring Gyroscope", (polySi gyro)

Resonant Gyro: Comparison between Electromagnetic and Electrostatic actuation and sensing

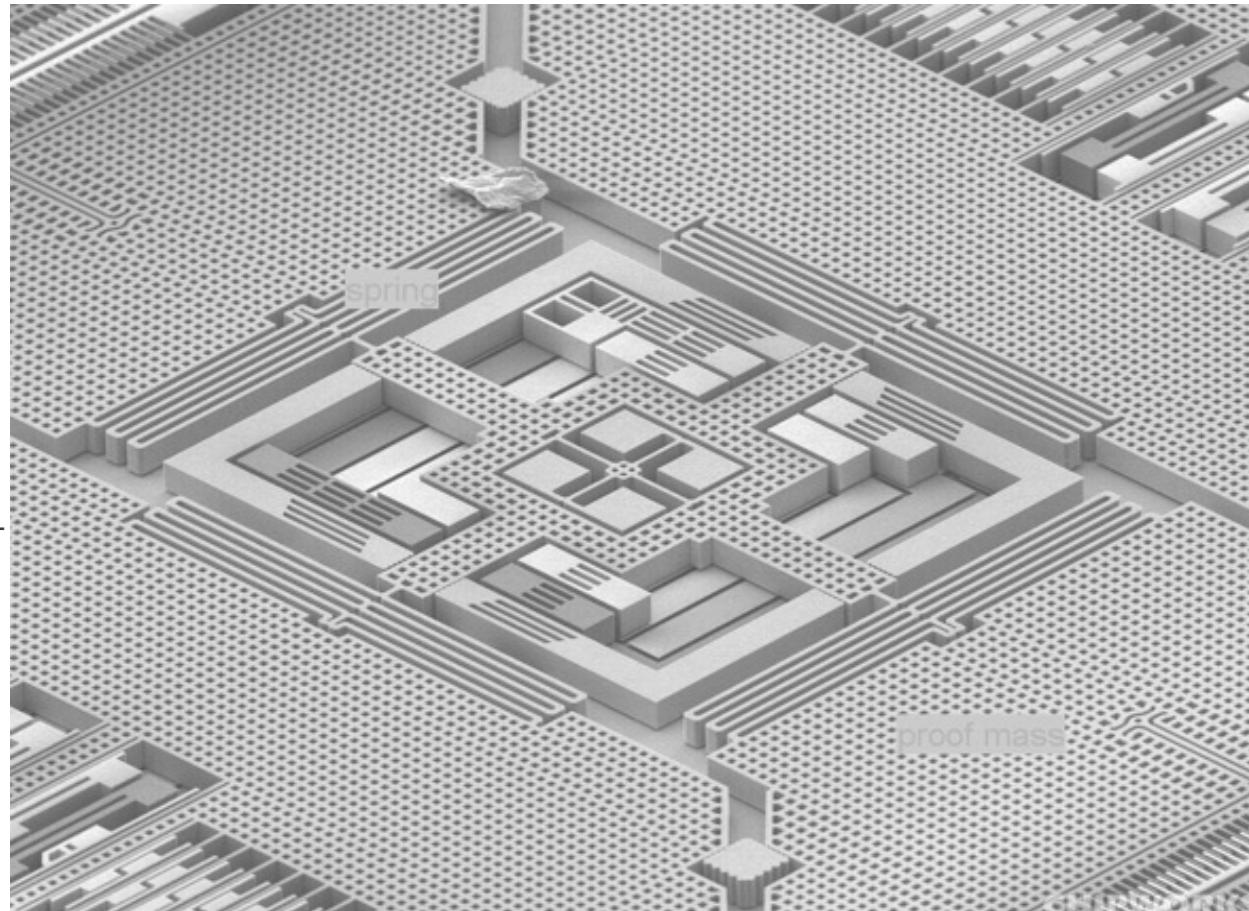
<u>Actuation :</u> $F_{em} = I \cdot l \cdot B$ Num: $l=100\mu\text{m}$, $I=100\mu\text{A}$, $B=0.1\text{T}$ $F_{em} = 10^{-4} \cdot 10^{-4} \cdot 0.1 = 1nN$ so approx 1 nm motion (static)	$F_{es} = \frac{\epsilon_0 A V^2}{2d^2}$ Num: $l=10\mu\text{m}$, $w=10\mu\text{m}$, $d=2\mu\text{m}$, $V=3\text{V}$ $F_{es} = \frac{8.82 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-5} \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-12}} = 1nN$
<u>Coriolis (orthogonal spring model) : excite 2nd mode (at 45°)</u>	
$x_1 = Q \cdot F_1 / k$ $x_2 \cong 2\Omega Q x_1 / \omega_0$ $v_2 = \omega_0 x_2 \cong 2\Omega Q x_1$ Num : $Q=1000$, $F=1\text{nN}$, $k=1\text{Nm}$, $\omega_0=10^5$, $\Omega=1^\circ/\text{s}$ $x_1=1\mu\text{m}$ $x_2=0.02\mu\text{m}$ $v_2=4\text{mm/s}$	
<u>Sensing:</u>	
EMF $F_B = qv \cdot B$ and $qE_{ind} = qvB$ $\Rightarrow V_{ind} = B \cdot l \cdot v_2 = B \cdot l \cdot \omega_0 \cdot x_2$ Num : $V_{ind} = 0.1 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 4 \cdot 10^{-8}\text{V}$ Low impedance (R) = easy to amplify	$V_{em} = V_0 \cdot \frac{\Delta C}{C_0} \frac{C_0}{C_{par}} \cong V_0 \cdot \frac{x_2}{d} \frac{C_0}{C_{par}}$ Num : $C_0 = 0.4\text{fF}$ $C_{par} \cong 2\text{pF}$ $V_{ind} = 3 \cdot 0.02 \cdot 0.4 \cdot 10^{-3} / 2 = 10^{-5}\text{V}$ High impedance (C)

All above number are very approximate. This is to give an input for comparison of transducers principles. In reality, the well-designed electromagnetic device has similar performance as the electrostatic device because B field is externally produced.

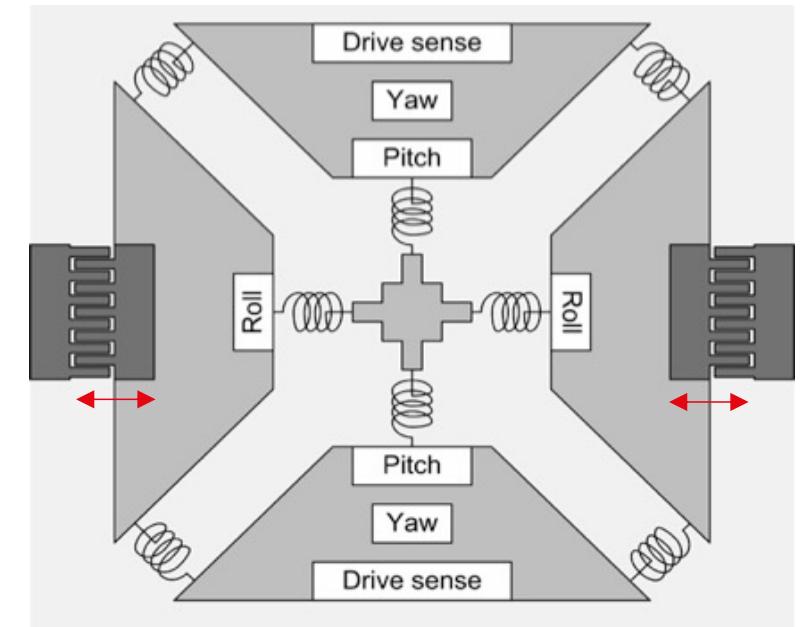
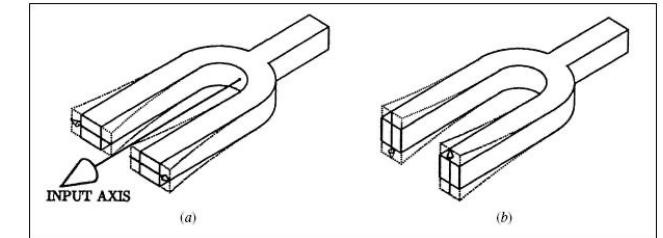
Gyroscope MEMS - 1 axe

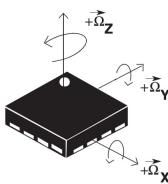


Gyroscope MEMS - 3 axes



STMicro L3G4200D





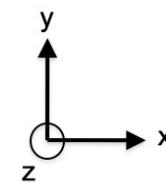
Gyroscope MEMS 3 axes

Rotation selon l'axe X (ou Y)

X axis rotation

x+y actuation

z detection

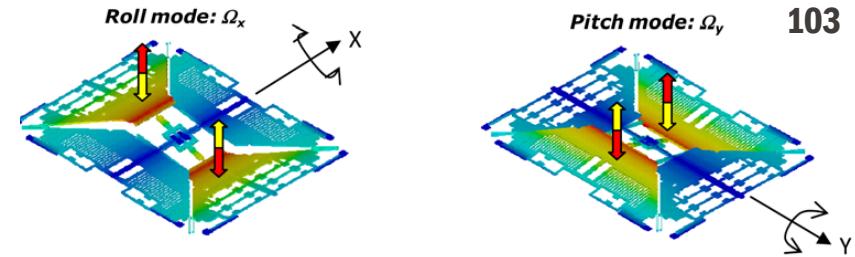


© EPFL

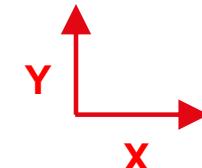
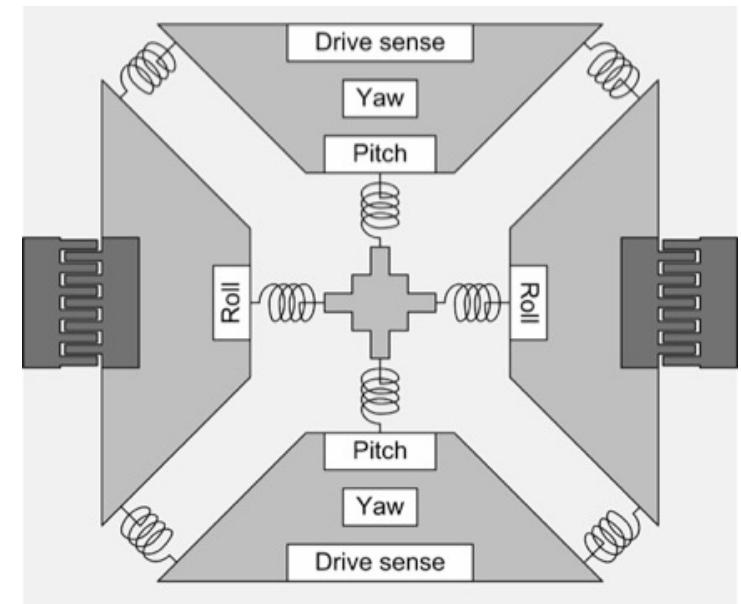


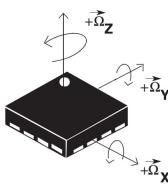
z

Lecture du signal par capacité sous le MEMS



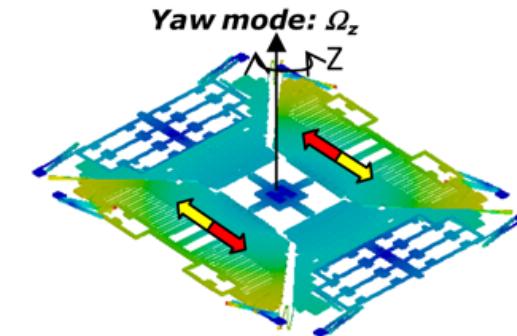
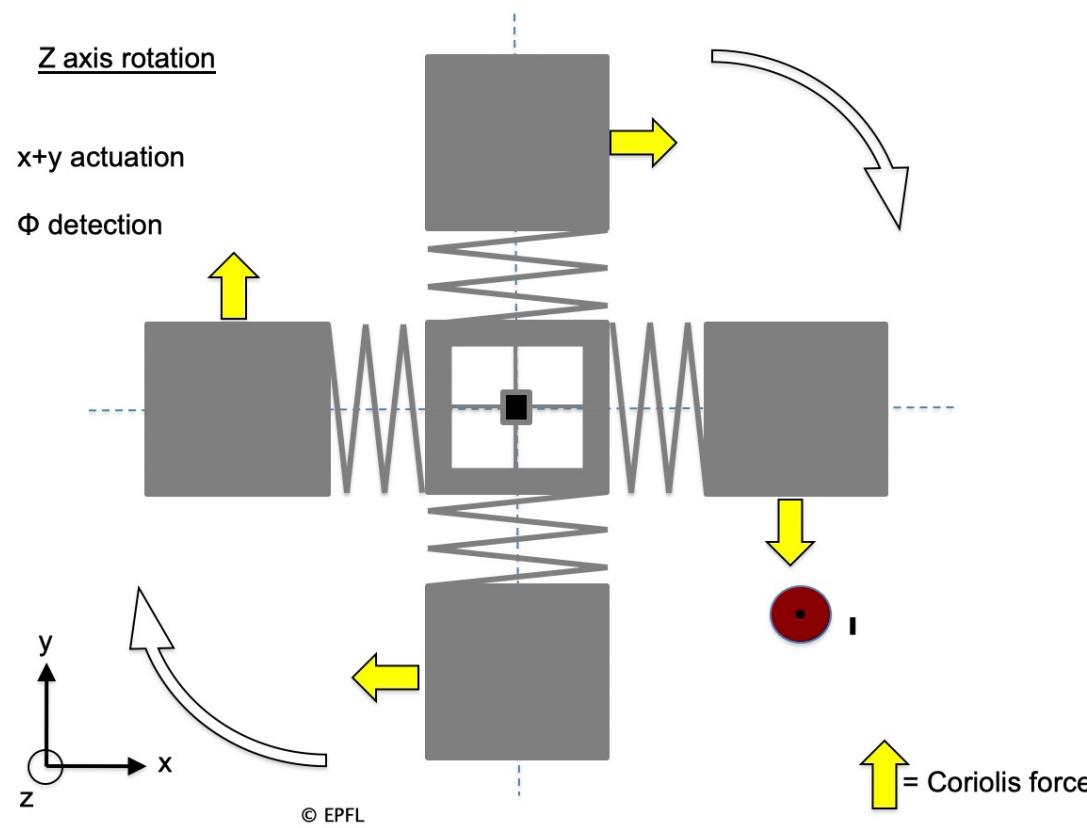
103



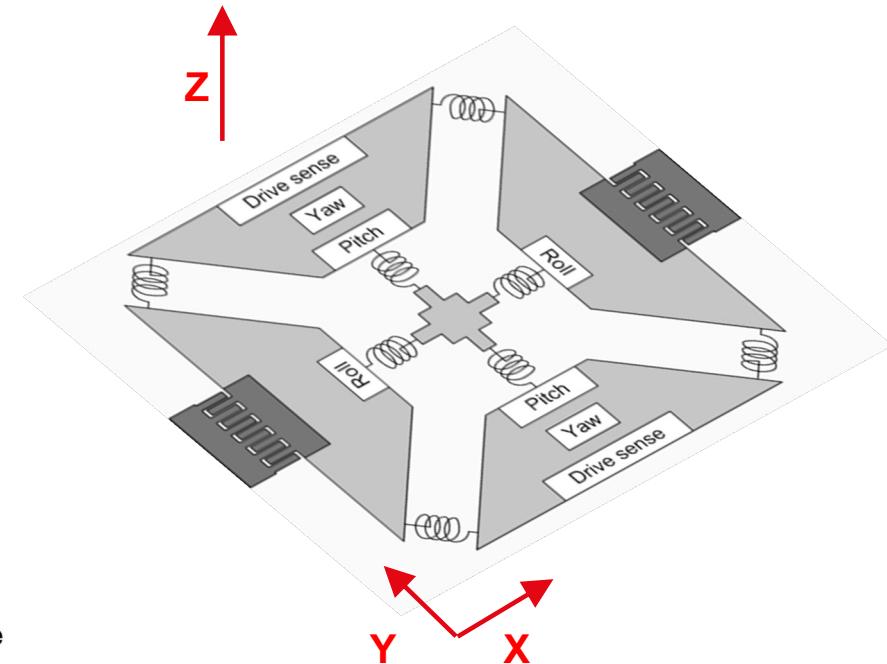


Gyroscope MEMS 3 axes

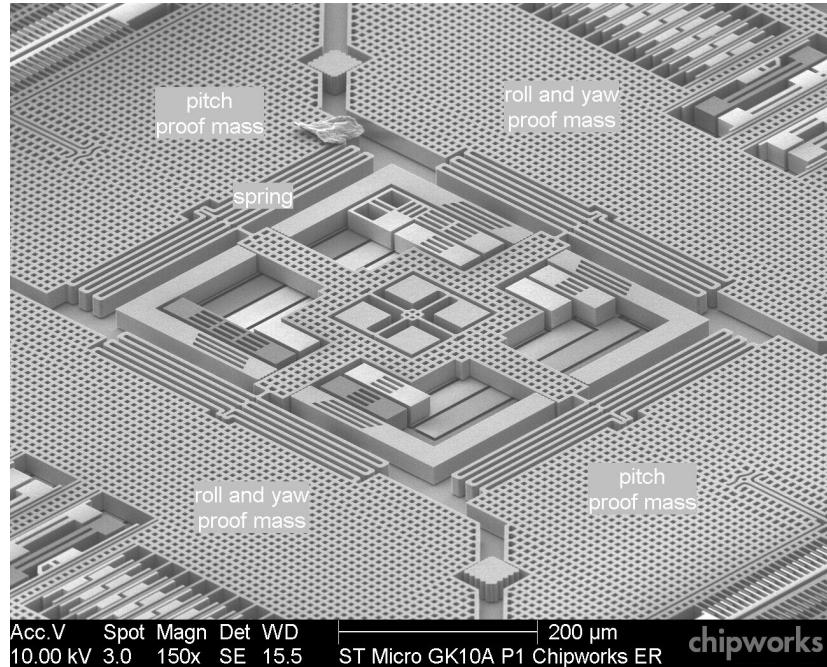
Rotation selon l'axe Z



104

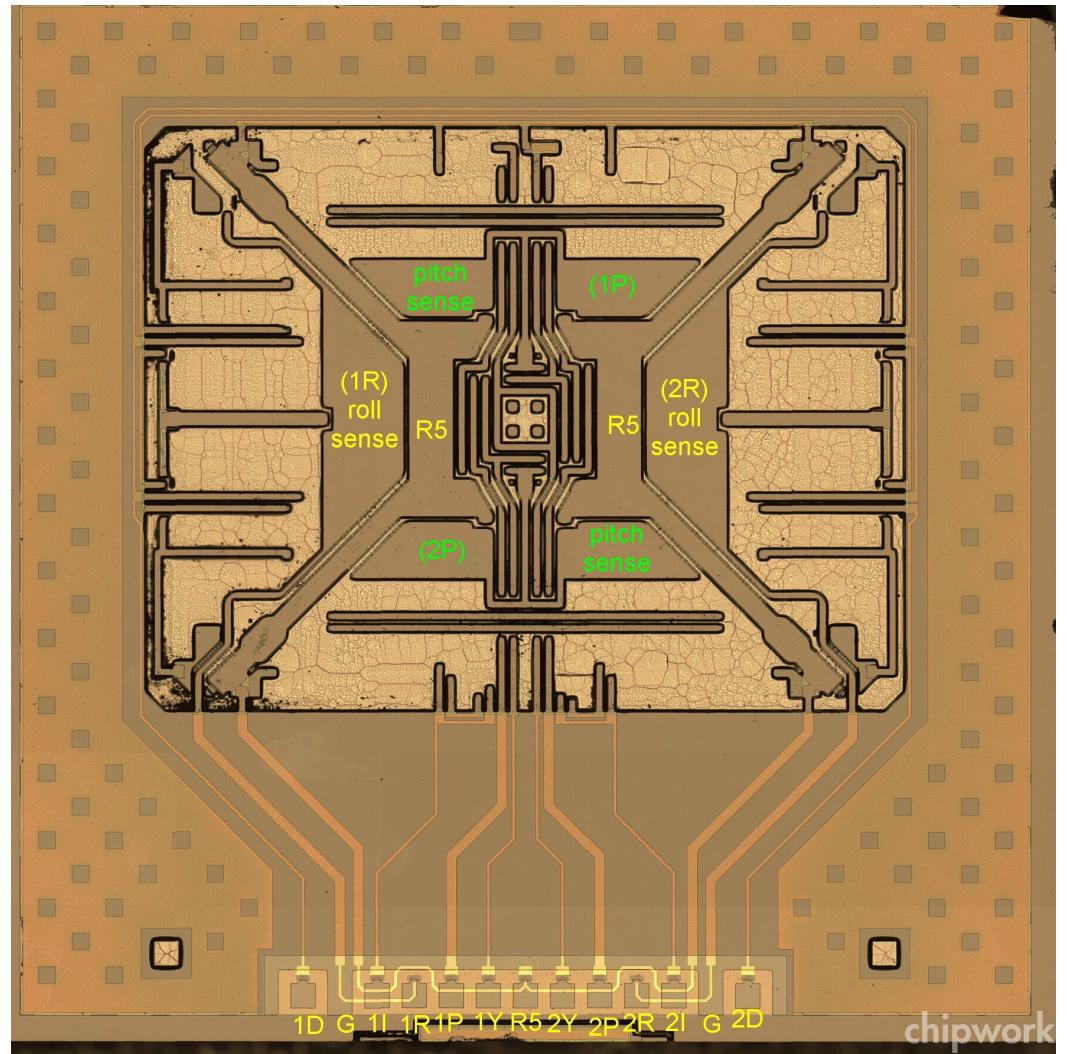


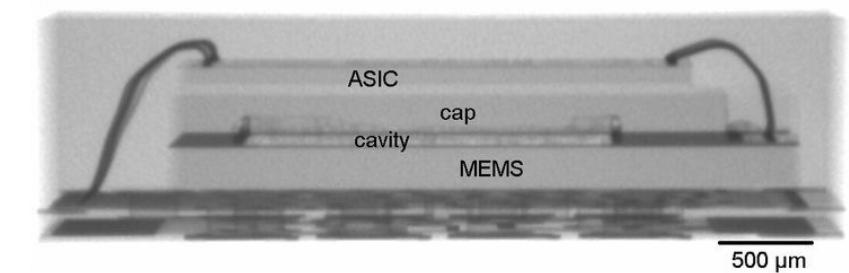
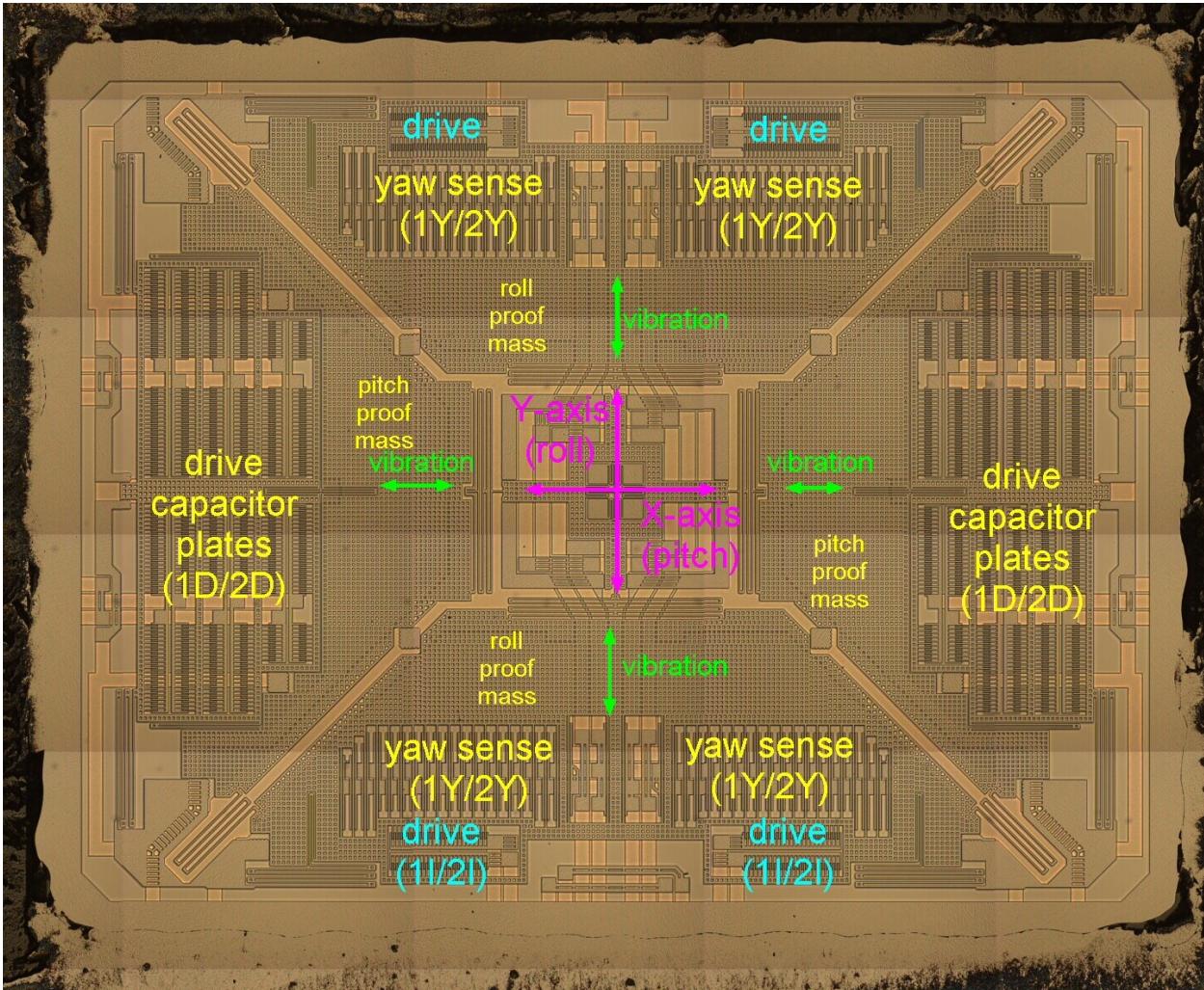
Lecture des déplacements des mases inertielles



Capacitif, plaques parallèles pour rotation selon axes x et y (mouvement en z)

(voir chapitre capacitif)





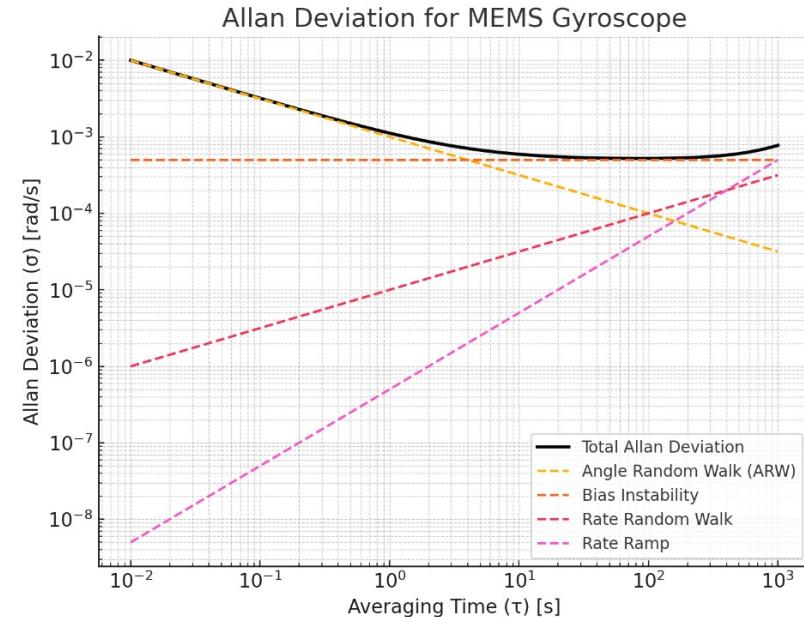
L3G4200D GK10A three-axis gyroscope die.

Lecture Capacitive du déplacement,
doigts interdigités pour rotation selon
axe z (mouvement de plaques dans
plan xy)

<https://www.memsjournal.com/2011/01/motion-sensing-in-the-iphone-4-mems-gyroscope.htmlC>

Gyroscope MEMS 3 axes

La résolution dépend de la durée d'intégration du signal.



Allan Deviation

At small τ : Dominated by **white noise (ARW)** with a negative slope

- At intermediate τ : **Bias instability** appears as a **flat region**.
- At large τ : **Random walk effects** or systematic drift dominate.

By analyzing the Allan deviation curve, one can:

- **Identify dominant noise sources** at different timescales.
- **Optimize sensor fusion algorithms** for filtering.
- **Improve MEMS gyroscope calibration** to reduce long-term drift.

<https://ch.mathworks.com/help/nav/ug/inertial-sensor-noise-analysis-using-allan-variance.html>

Self-test

L3G4200D



Symbol	Parameter	Test condition	Min.	Typ. ⁽²⁾	Max.	Unit
FS	Measurement range	User-selectable		±250		dps
				±500		
				±2000		
So	Sensitivity	FS = 250 dps		8.75		mdps/digit
		FS = 500 dps		17.50		
		FS = 2000 dps		70		
SoDr	Sensitivity change vs. temperature	From -40 °C to +85 °C		±2		%
DVoff	Digital zero-rate level	FS = 250 dps		±10		dps
		FS = 500 dps		±15		
		FS = 2000 dps		±75		
OffDr	Zero-rate level change vs. temperature ⁽³⁾	FS = 250 dps		±0.03		dps/°C
		FS = 2000 dps		±0.04		dps/°C
NL	Non linearity ⁽⁴⁾	Best fit straight line		0.2		% FS
DST	Self-test output change	FS = 250 dps		130		dps
		FS = 500 dps		200		
		FS = 2000 dps		530		
Rn	Rate noise density	BW = 50 Hz		0.03		dps/ sqrt(Hz)